LA TEORIA RELATIVISTA DE LA GRAVITACION DE EINSTEIN

Conferencias dadas en el Instituto de Ingenieros, en 4 y 11 de Junio de 1920

POR

MANUEL ALMEYDA ARROYO
Profesor en la Universidad de Chile

SANTIAGO DE CHILE
IMPRENTA CERVANTES
MONEDA, 1170
1920

LA TEORIA RELATIVISTA DE LA GRAVITACION DE EINSTEIN

Conferencias dadas en el Instituto de Ingenieros, en 4 y 11 de Julio de 1920

POR

MANUEL ALMEYDA ARROYO

Profesor en la Universidad de Chile

La Teoría de la Gravitación derivada del Principio generalizado de Relatividad sobresale no sólo por su belleza, no sólo por eliminar los defectos inherentes a la mecánica clásica y por interpretar la ley empírica de la igualdad de la masa inerte y la masa ponderable, sino también por haber explicado los resultados de observaciones astronómicas, frente a las cuales la mecánica de Newton se demuestra impotente. — *A. Einstein: The Special and the General Theory of Relativity.* — 1920.

SANTIAGO DE CHILE

IMPRENTA CERVANTES

MONEDA, 1170

1920

PRIMERA PARTE

LA TEORÍA RESTRINGIDA

Señores: Las ideas sobre Tiempo y Espacio que os voy a exponer han brotado sobre el terreno de la experiencia física. De ahí proviene su fuerza. Su tendencia es revolucionaria. De ahora en adelante los conceptos separados de Espacio y de Tiempo deben desaparecer y sólo una especie de Unión entre ambos deberá manifestar individualidad en el futuro.—*H. Minkowski*: *Raum und Zeit.* (Exordio). 1908.

La notable confirmación que la Teoría de la Gravitación, desarrollada por el Profesor Alberto Einstein, de la Universidad de Berlín, ha obtenido con los resultados de las observaciones del eclipse total de sol de 29 de Mayo del año recién pasado, ha puesto sobre el tapete de la discusión de los centros científicos europeos y ha hecho trascender al público en general, esta grandiosa doctrina, que constituye, según la opinión manifestada por el más alto representante de la ciencia física en Inglaterra, Sir Joseph John Thomson, «una de las más grandes, talvez la más grande, de las conquistas del espíritu humano».

Si la guerra mundial ha dejado en el ánimo de todos un sentimiento de desaliento por el retroceso que significa en las grandes corrientes de idealismo y confraternidad universales, será un motivo de consuelo saber que es en medio de ella donde han nacido a la vida del pensamiento las trascendentales ideas de Einstein y que el distanciamiento y rencor producidos por la contienda no fueron bastantes para impedir que encontraran, no sólo amplia acogida, sino calurosa admiración de los sabios de las diversas naciones, especialmente de Inglaterra, y que esta admiración fuera tal, que la Universidad de Cambridge y el Observatorio Real de Greenwich acordaran en 1918 enviar dos comisiones de astrónomos a observar en la costa norte del Brasil y en la Isla del Príncipe, en el golfo de Guinea, el desarrollo del eclipse de Mayo último, con el exclusivo objeto de determinar si se comprobaban las predicciones de Einstein respecto a la marcha de los rayos luminosos en el campo de atracción del astro.

Según lo ha reconocido públicamente, hace poco, Einstein, será un timbre de orgullo para la nación inglesa el haber preparado y realizado en medio de las dificultades y zozobras propias de un período tan anormal, esa doble expedición científica, a lejanas y abandonadas regiones, sin otro aliciente, sin otro fin que el de

establecer un hecho cuya influencia será nula en el dominio de la vida material de la especie, pero que, en el reino del pensamiento, marca un acontecimiento de trascendencia imperecedera.

Hace cuatro años tuve el honor de exponer en esta misma tribuna la que se llama actualmente Teoría restringida de la Relatividad, que Einstein dió a conocer en 1905 y posteriormente, y con mayor amplitud, en 1907. Alentado por el éxito obtenido, instigado por las críticas de algunos de sus contrarios que hacían notar que las ideas de Einstein no comprendían a todos los fenómenos naturales ni eran relativistas sino a medias y subyugado por las concepciones filosóficas del gran físico y pensador vienés Ernesto Mach, Einstein se propuso ampliar su doctrina hasta hacerla abarcar toda la naturaleza inanimada y hasta que satisficiera por completo al principio de la relatividad de todos los conceptos fundamentales de la ciencia que aquel pensador sustenta.

Ocho años de una labor tesonera, de que dan muestra las memorias que de tiempo en tiempo han visto la luz en las revistas científicas alemanas, cada una de las cuales señala una nueva etapa hacia el desenvolvimiento completo de la doctrina, han culminado, a fines de 1915, en la publicación de su memoria titulada «Die Grundlagen der allgemeinen Relativitatstheorie» en que la genial concepción ha encontrado su exposición definitiva.

«La primera impresión, dice un crítico inglés, del que se impone del problema que Einstein se propuso resolver, es de que no tiene solución; la segunda es de admiración de que haya podido ser resuelto, y la tercera, de asombro de que sugiera fenómenos capaces de verificación experimental».

La teoría de Einstein exige para su estudio un bagaje de conocimientos matemáticos muy superiores a los que se dan en nuestra Universidad. Su exposición en una conferencia ante un público que no sea constituido por matemáticos de profesión encierra, por tanto, dificultades insalvables. Si no fuera, pues, por el interés que en algunos ingenieros y personas de sólida cultura general, se ha despertado por conocer en sus razgos esenciales esta teoría y el benévolo estímulo que he recibido de algunos colegas universitarios, acrecentado aún más por la afición que tengo por esta clase de estudios, y por la imponderable belleza del tema mismo, no me habría atrevido a traer a este recinto la soberbia concepción del joven y ya célebre físico alemán.

Y desde luego me he visto ante este dilema: ¿He de hacer una conferencia tan altisonante en la forma como vacía en el fondo, cual los artículos en que todos los diarios y revistas de lectura corriente en el mundo han estado los últimos meses comentando las ideas de Einstein, para pasto de su público ansioso siempre de novedades y sensación? ¿O he de procurar, poniendo a contribución vuestra cultura

científica y matemática, hacer una exposición en que sea visible esa rígida sucesión de los racionamientos, ese encadenamiento sólido de las ideas que hacen que la nueva doctrina produzca la impresión de los clásicos monumentos de la antigua Grecia, en que la pureza de las líneas y la sobriedad de los detalles realizan la suprema belleza del conjunto? ¿He de seguir el consejo de Einstein mismo, quien, en carta reciente publicada por el *Times* de Londres le dice al público inglés entusiasmado: «No os preocupeis tanto de averiguar si yo soy realmente alemán o judio suizo, concentrad mejor vuestra atención en la consistencia lógica de la teoría que hace que no pueda modificarse un sólo detalle de ella sin que toda la construcción se derrrumbe?»

He creído que el carácter de esta casa y la cultura de mi auditorio me impiden tratar la teoría de Einstein con el aspecto sensacional que se ha acostumbrado revestirla en períodicos y revistas no científicas. Espero, entonces, que mi propósito lo haya alcanzado siquiera en parte, pero en todo caso os aseguro que si encontrais puntos débiles o dudosos en la exposición, ellos son productos de la cortedad de mis alcances y nó defectos de la impecable construcción einsteiniana.

La circunstancia de haber expuesto en 1916 las corrientes de ideas que llevaron a Einstein a enunciar su Principio de Relatividad el año 1905 y de haber indicado sus principales consecuencias, me excusarían de volver ahora sobre este mismo asunto si no estuviera cierto de que gran parte de mi actual auditorio no asistió a mis conferencias de aquel año y que talvez no pocos de los que me honraron con su asistencia no conservan presente con bastante precisión las ideas generales que desempeñarán importante papel en el desarrollo posterior de la doctrina relativista. A riesgo, pues, de repetirme, expondré a grandes razgos el origen y alcance de la Teoría de la Relatividad en su primera fase, que abarca desde la publicación de la memoria «Zur Elektrodynamik bewegter Korper», por Einstein en 1905, hasta la conferencia dada por Minskowski en 1908, titulada «Raum und Zeit».

La segunda fase, en que Einstein generaliza las ideas dadas a conocer en la primera y las aplica al estudio de la Gravitación, es el objeto primordial de esta Lectura.

Uno de los más hermosos capítulos de la historia de las ciencias exactas en el siglo XIX es el que se refiere a la crítica de los principios de la Mecánica Racional.

Como sabéis, Newton sintetizó las leyes del movimiento dándoles como fundamento inamovible los conceptos de tiempo y espacio absolutos. Dentro de estos conceptos la ley de la Inercia, enunciada por Galileo, encierra una significación bien

precisa. Se comprende por esto que físicos de la talla de Lord Kelvin hayan manifestado que la exposición de las leyes de la Mecánica hecha por Newton es completa y satisfactoria.

Empero, la creencia en un espacio y un tiempo absolutos u objetivos repugna al espíritu cultivado y, en verdad, desde la antigüedad los pensadores han demostrado que esos conceptos encierran contradicción. Para el pensamiento filosófico el espacio y el tiempo son conceptos relativos: son algo como un producto elaborado por la razón con la materia prima que los sentidos extraen del conjunto de los hechos observables.

Ahora bien, si abandonamos los conceptos de espacio y tiempo absolutos ¿qué validez conservan las leyes del movimiento? A esto ha respondido Carl Neumann: «Bajo la forma enunciada por Newton la ley de la Inercia no puede servir como fundamento para ninguna construcción científica ni como punto de partida para ninguna deducción matemática, pues es completamente ininteligible. No sabemos lo que se debe entender por un movimiento en línea recta, o, más bien dicho, sabemos que esas palabras pueden ser interpretadas de muy diversas maneras, son capaces de infinitos significados. En efecto, un movimiento que bajo el punto de vista de la Tierra es rectilíneo, es curvo si se le considerara desde el Sol y será representado cada vez por una línea distinta si se le observa desde Júpiter, Saturno u otro planeta. En otras palabras: todo movimiento que, considerado desde un cuerpo celeste es rectilíneo, parecerá curvilíneo desde otro cuerpo celeste. Aquellas palabras de que un punto abandonado a sí mismo recorre una línea recta, se nos presentan, entonces, como un principio sin significado, como una ley vagando en el aire que, para ser comprendida, necesita un fondo determinado que la sostenga». Neuman admite, en consecuencia, que existe necesariamente en el Universo una entidad especial cuyo único papel es determinar un sistema invariable de referencia para los movimientos de los cuerpos materiales. A esta entidad la llamó «cuerpo Alfa».

Fué esta la primera tentativa formal y científicamente emprendida de poner de acuerdo las leyes de la mecánica con la concepción relativista del tiempo y del espacio. Pero, en su gran mayoría, los hombres de ciencia no se han manifestado inclinados a aceptar la existencia del cuerpo «Alfa» más que como una alta elucubración del espíritu y por esto es que las ideas de Neumann, si bien han contribuido eficazmente a la discusión y conocimiento del fundamental problema de las bases físicas de las leyes de la mecánica, no han acercado al mundo científico a la solución del problema.

El sabio que más profundamente ha estudiado esta cuestión y quien, como ya lo he dicho, ha ejercido una influencia considerable en las ideas de Einstein y,

en general, de todos los hombres de ciencia en el último cuarto de siglo, es el físico-filósofo austriaco Ernesto Mach. Para él la relatividad del Universo es completa y tiene su origen en la naturaleza misma de nuestra capacidad conceptiva. Un pensador cuyo estrecho parentesco intelectual con Mach es manifiesto, ha expresado la concepción relativista del Universo de la siguiente manera (1): «La existencia real de las cosas abarca tanto como su determinación cualitativa y cuantitativa. Ambas son por su propia naturaleza relativas, en cuanto la cualidad resulta de la interacción de unas cosas con otras y la cantidad representa simplemente una relación entre miembros de los cuales ninguno posee una importancia absoluta. Cada cosa que existe objetivamente es por esto un eslabón en una interminable serie de desarrollos estrechamente conexos: otras formas de realidad son desconocidas de la experiencia y de la razón. No existe ninguna cualidad material absoluta, ninguna susbtancia material absoluta, ninguna unidad física absoluta, ningún patrón de medida absoluto, ningún reposo absoluto, ningún tiempo absoluto, ningún lugar absoluto. No se conoce ninguna forma de existencia material que sea su propio fundamento o medida y que, sea en sus aspectos cualitativos o cuantitativos, exista de otra manera que en constante oscilación, de otra manera que como un constante flujo de variaciones». Inútil es decir que, para Mach, no sólo el espacio y el tiempo, sino también las velocidades y las aceleraciones y, por consiguiente, los conceptos de fuerza y de inercia, son completamente relativos.

«La mecánica clásica no llena esta exigencia. Ella salvaguardia ciertamente la relatividad de las velocidades, pero concede un sentido absoluto a la noción de aceleración y de inercia, considerada como capacidad de resistencia de un cuerpo a la aceleración. Conforme a sus principios, el movimiento de dos masas aisladas en el espacio y suficientemente aproximadas para poder ejercer acciones recíprocas, sería regido por la ley de atracción newtoniana, independientemente del sistema de estrellas fijas, «porque sería una proposición bien extraña, dice Euler, y contraria a una cantidad de otros dogmas de la metafísica, afirmar que las estrellas fijas dirigen los cuerpos en su inercia». Pero en el hecho, nosotros no percibimos más que las distancias relativas de los cuerpos; no podemos, por tanto, observar y definir más que las velocidades y las aceleraciones relativas de los cuerpos, que son las derivadas primeras y segundas de sus distancias. En consecuencia, la inercia de un cuerpo no puede ser definida más que como su resistencia a las aceleraciones relativas que experimenta con respecto a otros cuerpos que no participan de su estado de movimiento. La masa inerte de un cuerpo aparece entonces como una magnitud relativa, que depende de la distribución de las masas alrede-

---

(1) Stallo: Die Begriffe und Theorien der modernen Physik. Leipzig 1911. Pág. 185.

dor de ese cuerpo y del estado de reposo o movimiento de unas con respecto a otras; la masa inerte será tanto más grande cuanto mayor sea el número de masas que halla a su alrededor y no participen de su estado de aceleración: ella desaparecerá en el caso contrario. Es por estar rodeado de masas por lo que un cuerpo tiene inercia. Esta resulta de la acción media de todas las masas repartidas en el Universo, de suerte que, contrariamente a la afirmación de Euler, las estrellas fijas determinan en parte la inercia y el movimiento de la Tierra. El principio de inercia pierde así todo sentido absoluto y llega a ser un principio relativo y estadístico» (1).

De aquí que, según Mach, las experiencias que pretenden probar la existencia de un movimiento absoluto de rotación, como el vaso rotante de Newton, sólo consiguen demostrar que se desarrollan aceleraciones centrífugas cuando un cuerpo rota con respecto a la bóveda estrellada, es decir, con respecto al Universo en su conjunto; y, por tanto, la experiencia del péndulo de Foucault no puede ser una demostración de la rotación absoluta de la Tierra alrededor de su eje, sino simplemente una comprobación de su rotación con respecto al sistema de estrellas fijas.

Es éste un punto esencial y conviene apartar la duda de que se trate de una discusión cuyo fondo es meramente verbal. Neumann ha planteado la cuestión de esta manera: sea una estrella fluida girando en medio del Universo; por efectos de su movimiento de rotación habrá adquirido la forma achatada de un elipsoide de rotación. Ahora bien, si suponemos que el Universo desaparece y queda sola la estrella flotando en el vacío, ¿perderá por este solo hecho su forma elipsoidal y volverá otra vez a ser esférica? Para Neumann y los partidarios de la existencia de un movimiento absoluto de rotación, nó; la estrella seguiría elipsoidal y este hecho demostraría que ellos se encontraban en la razón. Para Mach, por el contrario, no observándose ningún movimiento relativo sobre la estrella, el concepto mismo de movimiento no tendría significado alguno, y preguntar si rota o no rota sería como preguntar por el color de la belleza o la forma de la bondad.

No debe extrañarse, entonces, que el sabio vienés tenga por equivalente decir que la Tierra gira alrededor del Sol como sostener que es el Sol el que gira alrededor de la Tierra. En la realidad, dice, sólo nos es dado observar un movimiento de rotación relativo de un astro con respecto al otro.

El mérito notable de Mach es el de haber visto mucho antes que nadie que el significado de las leyes de la Mecánica y de la Física en general, debe buscarse nó en las

---

(1) Rougier: La materialization de l'Energie. Essai sur la théorie de la relativité et sur la théorie des quanta. París 1919. Pág. 92.

relaciones de las cosas o fenómenos con respecto a las presuntas entidades de espacio y de tiempo, sino con respecto a las demás cosas o fenómenos del resto del Universo. Así, por ejemplo, ha dicho: «Si en todas las proposiciones de la dinámica las velocidades juegan un rol preponderante, la causa está en que cada cuerpo se halla en relación con todos los demás cuerpos del Universo y que es, por consiguiente, imposible considerar un solo cuerpo como aislado. Nuestra capacidad para apreciar el todo de una sola vez nos obliga a considerar un número reducido de cuerpos y a hacer provisoriamente abstracción de los restantes. Precisamente esto es lo que realizamos con la introducción de la noción de velocidad, que implica en sí la de tiempo. No es imposible que un día se consiga reemplazar por leyes integrales las leyes elementales que constituyen la mecánica actual y que podamos tener así un conocimiento directo de la dependencia recíproca de los cuerpos: cuando esto se realice, el concepto de fuerza habrá pasado a ser superfluo» (1).

Pues bien, a pesar de la lógica incontrastable con que Mach ha sabido exponer sus ideas, no ha arrastrado tras de sí la unanimidad de las opiniones de los hombres de ciencia, porque se les ha hecho algunas objeciones que no parecen tener una contestación fácilmente accesible que satisfaga los anhelos de causalidad del espíritu humano. Se ha observado, por ejemplo, que si las leyes del movimiento sólo tienen significado tomando en consideración el Universo en su conjunto, sería necesario que la acción de todos los cuerpos celestes se hiciera sentir con suficiente fuerza en un punto cualquiera del espacio para que esos cuerpos puedan regir la marcha de los fenómenos que ahí se desarrollan.

Y entonces, uno se vé impulsado a preguntar, ¿cómo es que esta acción ha escapado hasta ahora a las más precisas observaciones de los físicos? ¿o será necesario admitir a priori, como parece haberlo insinuado alguna vez Mach (2), que los cuerpos tienen la facultad de influir sobre la dirección y velocidad de los movimientos, en relación con la ley de la inercia, en razón directa de las distancias o proporcionalmente a las masas e independientemente de las distancias?

Pero una explicación de esta especie, fuera de contrariar lo que parece ser el resultado evidente de nuestra experiencia inveterada, de que la acción de un cuerpo sobre otro es tanto mayor cuanto más cerca se encuentren, por el hecho de no permitir una verificación experimental, se resolvería en una propiedad de la materia que recordaría la virtud dormitiva del opio y, por pretender atenernos a la sola experiencia, volveríamos a caer en pleno reino de la metafísica medioeval.

---

(1) Die Mechanik in ihrer Entwicklung, 7.ª ed. Leipzig 1912. Pág. 252.

(2) Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag 1872. Reimp. facsimilar Leipzig 1909. Pág. 50.

Por otra parte, las ideas de Mach implican necesariamente la extensión limitada del Universo, y he aquí otra fuente de dudas respecto a su validez experimental porque las observaciones astronómicas, según opinión corriente, justifican la creencia en un espacio infinitamente extenso. Sin embargo, luego veremos que esa creencia no tiene fundamentos científicos muy sólidos.

El haber dado ocasión para que se discutieran estas cuestiones de tanta trascendencia, lejos de significar un motivo de crítica desfavorable para la concepción relativista del Universo de Mach, es una causal más para acrecentar su importancia, pues las doctrinas científicas no sólo valen por la relaciones que descubren entre hechos anteriormente desligados, sino también por los problemas nuevos que sujeren y las rutas inexploradas del saber que presentan a la vista del investigador.

En esta situación de verdadera e ingrata indecisión respecto de los fundamentos experimentales de sus principios, la Física ha acudido en auxilio de la Mecánica y ha permitido establecer una base para la construcción racional del mundo externo, que ha parecido inamovible para la casi totalidad de los sabios durante el siglo XIX.

Sabido es que las experiencias de difracción e interferencias de la luz realizadas por Young y Fresnel a principios del siglo pasado demostraron que la teoría emisiva de los fenómenos ópticos, que elaborara Newton, no podía ya más competir con la teoría ondulatoria que sustentaron Huygens y Euler. Desde este momento entró a figurar en la Física el éter, o sea, el agente trasmisor de las ondulaciones, especie de fluido extraordinariamente tenue y elástico. Pero el triunfo del éter no fué definitivo hasta que Maxwell explicó los fenómenos eléctricos por medio de deformaciones de un medio elástico aislador que llena todo el espacio, capaz de trasmitir por medio de ondas las acciones electromagnéticas, con la velocidad de la luz, y hasta que Hertz hubo realizado experimentalmente en 1885 las predicciones del gran físico de Cambridge, verificando así que la luz y las ondulaciones electromagnéticas son dos fenómenos que difieren entre sí tanto como los rayos rojos del espectro difieren de los ultravioletas. El éter constituyó entonces el lazo de unión entre las dos grandes divisiones de la Física: la óptica y la electricidad.

Se vé inmediatamente que este agente tan íntimamente ligado a todos los fenómenos naturales podría desempeñar en la mecánica el rol que Neumann atribuía al hipotético cuerpo «Alfa» y aunque de pronto faltaba la base experimental que permitiera fijarlo prácticamente como sistema de ejes absolutos de coordenadas, por lo menos dentro de la razón se veía la posibilidad de establecerlos algún día y esto ya bastó para que los espíritus inquietos por la solidez de los principios mecánicos, se sintieran momentáneamente satisfechos.

Ahora bien, una vez encontrado un sistema de ejes con respecto al cual son

válidas las leyes de Galileo y Newton, se demuestra fácilmente que estas leyes también son válidas para todo otro sistema animado de una traslación uniforme con respecto al primero. A un sistema de referencia cualquiera que goce de esta propiedad lo llamaré en lo sucesivo sistema de referencia inercial o, simplemente, sistema inercial.

Después de la prematura muerte de Maxwell, acaecida en 1879, se sucede el corto pero brillante período de sus críticos y continuadores, en que descuellan por sobre una falange de sabios, Hertz en Alemania y J. J. Thomson en Inglaterra, período que culmina en las postrimerías del siglo, con la personalidad sobresaliente del ilustre holandés Lorentz.

Este físico sometió a la teoría de la electricidad de Maxwell a una profunda modificación con la introducción del concepto de carga elemental de electricidad o electrón. Principalmente el éter elástico y dieléctrico del primero sufre una transformación radical. Según Lorentz, el éter no puede poseer ninguna velocidad relativa entre sus diversas partes; es, por tanto, perfectamente rígido, indeformable y se extiende indefinidamente por todo el espacio, abarcando aún los lugares ocupados por la materia. No posee, por otra parte, ninguna propiedad mecánica, ni elasticidad, ni inercia, es decir, ni masa. Su papel en el mundo físico se concreta a servir de campo de desarrollo a los fenómenos; es entonces, por su esencia misma, un sistema de referencia absoluto para las leyes del movimiento.

Basta con lo dicho para comprender la capital importancia teórica del problema de medir la velocidad de la Tierra con respecto al éter. Desde mediados del siglo XIX, se había intentado encontrar esta velocidad tratando de poner de manifiesto la influencia que tendría en diversos fenómenos ópticos y eléctricos. Pero, invariablemente, resultaba que la influencia que fundadamente se esperaba encontrar no aparecía y la velocidad del globo terráqueo, a través del espacio etéreo, permanecía siendo una incógnita inabordable.

Esta situación vino a agravarse con el fracaso de la experiencia llevada a cabo con el mismo objeto por el físico Michelson, de Chicago, pues en ésta el grado de aproximación alcanzado es considerablemente mayor que en todas las anteriores. La experiencia de Michelson consigue comparar de la manera más directa posible, las velocidades de propagación de la luz en el sentido del movimiento de traslación de la Tierra y en el sentido perpendicular a él. Si c es la velocidad de propagación de la luz en el éter y v la velocidad de traslación de la Tierra en el espacio, la luz parecerá tomar la velocidad c-v hacia adelante del movimiento de la Tierra, la velocidad c+v hacia atrás y la velocidad $\sqrt{c^2 - v^2}$ en el sentido normal.

Pues bien, la comparación efectuada por Michelson ha dado por resultado que la luz se propaga en todas direcciones con igual velocidad, cualquiera que sea el

movimiento de la Tierra en el espacio, es decir, cualquiera que sea la época del año en que se efectúe la experiencia.

Una vez establecido este hecho incontrovertible no hay más que dos caminos entre qué elegir:

1.°) o bien la velocidad de la Tierra con respecto al espacio etéreo existe y si no se manifiesta es sólo a consecuencia de que un fenómeno desconocido viene a interponerse entre esa velocidad y la experiencia de Michelson y eclipsa, si es posible decirlo así, el resultado esperado; o

2.°) sencillamente la velocidad con respecto al éter no existe, es decir, no hay ningún sistema de referencia absoluto en el Universo y, por tanto, el resultado negativo de la experiencia de Michelson es una consecuencia inmediata de la premisa aceptada.

La primera alternativa la siguió Lorentz y postuló entonces como hipótesis ad-hoc, para explicar el resultado de la experiencia de Michelson, que los cuerpos al moverse con respecto al espacio etéreo experimentan una contracción en el sentido del movimiento, función de la velocidad, que tiene por consecuencia anular los efectos que permitirían medir esa velocidad absoluta en el espacio.

La segunda alternativa fué la que adoptó Einstein en su memoria recordada sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento, que publicó en 1905. Para Einstein la experiencia de Michelson demuestra que el problema de la velocidad de la Tierra con respecto al éter es un seudo-problema; en realidad, es simplemente un absurdo y debe ser relegado, junto con el movimiento perpetuo y la cuadratura del círculo a la categoría de las utopías insolubles que una comprensión incompleta y antojadiza de los fenómenos ha hecho albergar durante largo tiempo al espíritu humano.

Aceptada esta conclusión, se desprende que el mundo físico debe presentarse de idéntica manera para cualquier observador, independientemente del movimiento de que se encuentre animado, siempre que para él los fenómenos mecánicos se realicen de acuerdo con las leyes de Newton, es decir, siempre que el observador se encuentre en reposo con respecto a un sistema inercial. Esto es lo que Einstein expresó por medio de un postulado, que llamó Principio de Relatividad, y se enuncia así: «Las leyes que rigen los fenómenos físicos son invariantes con respecto a cualquier sistema de referencia inercial».

Esto quiere decir lo siguiente: supongamos un observador encerrado en una caja, que constituye su laboratorio, y que ejecute todas las experiencias posibles, tanto físicas como mecánicas, con el objeto de determinar el estado de movimiento de su habitación: estas experiencias no podrán jamás indicarle si el sistema en el

que se encuentra el observador tiene, o no tiene, un movimiento de traslación uniforme con respecto a un sistema inercial.

La mecánica clásica establecía ya que ninguna experiencia de movimiento podría llegar a descubrir un movimiento inercial; el principio enunciado por Einstein hace extensiva esta imposibilifdad a cualquiera experiencia física. Se ve ahora, inmediatamente, que la imposibilidad de medir la velocidad de la Tierra con respecto al éter es una consecuencia lógica del Principio de Relatividad. Otra consecuencia inmediata es que, si no existe ningún sistema de referencia absoluto, el éter de Lorentz no existe, es una pura creación de la razón, sin correspondencia en la realidad.

Einstein tuvo la valentía de enunciar desde el primer momento esta conclusión inevitable de sus ideas y esto fué motivo para que un número considerable de físicos se declararan enemigos más o menos irreconciliables de la teoría de la relatividad. El papel verdaderamente preponderante que el éter desempeña en casi todos los capítulos de la física moderna, hizo pensar a algunos sabios que se iba a consumar un transtorno mortal para la ciencia y que era una obra de verdadera salvación afirmar denodadamente la existencia objetiva de ese fluído inmaterial.

Pero la ciencia no se alimenta ni construye con sentimentalismos: la ciencia se edifica sobre principios e hipótesis de trabajo, cuyo valor se aquilata por la cantidad de hechos diversos que reúnen en una sola síntesis, por las relaciones imprevistas que establecen entre fenómenos conocidos de distinta naturaleza y por los nuevos fenómenos, susceptibles de verificación experimental, que descubren. Desde este punto de vista la teoría de Einstein presenta manifiestas ventajas sobre la de Lorentz, pues, sin introducir ninguna hipótesis ad-hoc, llega a explicar todos los fenómenos ópticos y electromagnéticos, deduciendo sus leyes con toda naturalidad y soltura del principio de relatividad, en cambio que el físico holandés, según él mismo lo declara, sólo ha podido llegar a las mismas explicaciones, con no pocas dificultades y no siempre de una manera satisfactoria (1).

Ahora bien, en tanto que Lorentz se apoya en sus deducciones estrictamente sobre las leyes de la mecánica newtoniana, la teoría establecida por Einstein sobre su principio de relatividad de 1905, rompe ya por completo con esos antiguos moldes y los sustituye por otros más amplios que introducen una profunda revolución sobre los conceptos fundamentales de la Física.

En efecto, Lorentz, aceptando el éter indeformable, establece de hecho la existencia objetiva del espacio, y la ley de inercia le permite en seguida definir inter-

---

(1) The Theory of Electrons. Leipzig, 1907. Pág. 230.

valos de tiempo de una manera general e independiente de cualquier observador, es decir, determinar un transcurso absoluto del tiempo, válido para todo el Universo. Por el contrario, Einstein, al negar el éter introduce en la Física los conceptos de espacio y tiempo relativos al observador. En mis conferencias de 1916 traté de explicar por qué se debía admitir que una misma serie de fenómenos o de sistemas materiales, observados por dos personas animadas de una velocidad relativa uniforme, no determinan para ambos las mismas relaciones de espacio y de tiempo, de manera que la representación que cada uno obtiene del mundo externo es imposible de hacer coincidir con la del otro. Si se comunicaran sus impresiones, cada cual creería que el espacio del otro se habría achatado en dirección del movimiento relativo; así, por ejemplo, si uno observa un cuerpo, lo mide y encuentra que tiene la forma esférica, el otro encontraría que es un elipsoide de revolución cuyo eje menor es paralelo a la velocidad relativa de entrambos observadores. Por otra parte, cada cual se figuraría que el tiempo transcurre más lentamente en los sistemas materiales animados con respecto a él de cierta velocidad relativa, que en aquellos que se encuentran en reposo relativo a su alrededor. Así, por ejemplo, si cada observador lleva consigo un reloj de arena que, colocado uno al lado del otro marchan de acuerdo, le parecerá a cada observador que el reloj que lleva el otro anda más despacio.

Esta discrepancia de resultados en lo que se refiere a las determinaciones espaciales y temporales es recíproca y depende únicamente del movimiento relativo de traslación de los observadores, de manera que es imposible discernir en la naturaleza, un estado de movimiento uniforme que tenga algún privilegio sobre los demás.

El sabio alemán Hermann Minkowski descubrió que estas extrañas deformaciones que el principio de relatividad introducía en los conceptos corrientes de espacio y tiempo podrían eliminarse considerando que los fenómenos físicos se desarrollan no dentro del doble marco del espacio tridimensional y del tiempo unidimensional de nuestra intuición sensible, sino dentro de un continuo geométrico de cuatro dimensiones que llamó el Universo. En el Universo de Minkowski no se distingue el tiempo del espacio: ambos conceptos se sueldan y confunden sus propiedades peculiares para constituír un todo homogéneo, distinto, por tanto, a la vez del espacio y del tiempo intuitivos.

Es interesante tener una idea de cómo llegó el físico matemático mencionado a establecer esta genial interpretación del principio de relatividad, que constituye el progreso más importante, hecho en todo el primer período de la teoría. Es un postulado de la Física clásica la homogeneidad del tiempo y el espacio, lo que se expresa diciendo que la época y lugar en que se verifica un fenómeno no influyen por

sí mismos en su desarrollo. Matemáticamente esto se expresa por el resultado de que las leyes físicas son invariantes con respecto a un cambio de origen en la medida del tiempo, y a un cambio de origen y de orientación del sistema de referencia especial. El poder cambiar de orientación a los ejes de coordenadas, sin influír en los fenómenos, es lo que comunmente se enuncia por el aforisma de que, en el espacio, no hay ni arriba ni abajo, y esto proviene de que ese cambio deja invariante la expresión:

$$(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2$$

que da la distancia entre dos puntos del espacio. Como el origen del sistema es arbitrario, tenemos que la expresión:

$$x^2 + y^2 + z^2 \qquad (1)$$

es invariante para cualquier transformación lineal ortogonal de las coordenadas, lo mismo que

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \qquad (2)$$

que da la distancia entre dos puntos infinitamente próximos del espacio.

Ahora bien, la aplicación del principio de relatividad al fenómeno de propagación de la luz conduce a invariantes distintos de (1) y (2). En efecto, sean dos observadores A y B, animados de una velocidad relativa uniforme. En el instante $t = o$, en que ambos se encuentran en el mismo lugar, lanzan un destello luminoso y miden la velocidad de la onda de propagación.. Ambos encuentran que la luz marcha en todas direcciones con la velocidad constante c y, por consiguiente, cada uno cree encontrarse en el centro de la esfera que forma la ondulación, cuya ecuación es:

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

Si el sistema de referencia de A tiene por coordenadas x', y', z', t' y el de B, x'', y'', z'' t''; como el fenómeno es completamente análogo para uno y otro se tendrá:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = x''^2 + y''^2 + z''^2 - c^2 t''^2$$

o sea, que según el principio de relatividad, se presenta en la naturaleza el invariante:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 \qquad (3)$$

en lugar de la expresión (1). Pongamos $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$, $ict = x_4$ en la expresión (3), obtenemos entonces el invariante:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \qquad (4)$$

que posee una completa semejante con (1), salvo en el número de variables, que es ahora 4 en vez de 3.

Pues bien, Minkowski hizo ver que se podían considerar las variables x_1, x_2.. como las coordenadas de un sistema de referencia en un espacio cuatridimensional y que la invariancia de la expresión (4) expresaba que este espacio era homogéneo, es decir, que los ejes de referencia podrían cambiar de dirección, conjuntamente, alrededor del origen, sin que esta transformación alterase las leyes que rigen los fenómenos. Se ve fácilmente que a dos sistemas de referencia inerciales en el espacio intuitivo, corresponden en el Universo de Minkowski dos sistemas de referencia ortogonales, de mismo origen, pero diversamente orientados, y que, efectivamente, existe completa homogeneidad entre las cuatro coordenadas. Se puede, por tanto, afirmar que el espacio y el tiempo intuitivos se esfuman para ceder su lugar a un continuo geométrico único de cuatro dimensiones en el cual no existe ni arriba, ni abajo; ni izquierda, ni derecha.

Es imposible considerar la concepción del Universo de Minkowski, sin sentirse por un momento sobrecogido de admiración, pero esto no impide que no preguntemos: ¿qué significado real, qué valor físico, tiene el continuo cuatridimensional que él crea?

Se ha dicho que esta concepción posee únicamente un valor matemático; mas, si con esto quiere subentenderse que ella no posee ningún lazo de conexión con la realidad objetiva, esta opinión me parece insostenible.

Como las cuestiones relativas a la estructura del espacio y del tiempo desempeñan un papel primordial en la teoría generalizada de la relatividad, me veo obligado a exponer desde luego las ideas modernas sobre esta materia, las que me servirán para dilucidar el punto anterior sobre el alcance real de la teoría de Minkowski y formarán la base para la exposición de más adelante.

Ya he significado que los conceptos de espacio y tiempo intuitivos son el resultado de la libre acción de nuestro espíritu sobre nuestra experiencia. Por consiguiente, no son productos exclusivos de nuestra mente, como lo han sostenido los

contrarios, ni tampoco imposiciones ineludibles del mundo externo sobre ella, como lo han sostenido los empíricos. La experiencia ancestral ha dado a conocer a la especie humana cierta clase de propiedades de los cuerpos sólidos que permanecen invariables en los fenómenos llamados desplazamientos, y de la abstracción de estas propiedades, que constituyen la esencia del espacio físico, la mente ha extraído el concepto intuitivo de espacio.

Nuestra intuición espacial nace de la observación de una pequeña parte del espacio físico, dice un moderno geómetra español, y admitimos por inducción que todas las propiedades en él observadas subsisten más allá de los límites de nuestra percepción sensual. ¿No podrá suceder que esta inducción nos conduzca a resultados falsos? (1). Es muy natural hacerse esta pregunta, pues no cabe duda de que en el concepto intuitivo de espacio se encierra no pequeña dosis de la fantasía ingénita de nuestra mente. En realidad, nosotros no somos capaces de observar el mundo externo sino desde un sólo punto y nos es difícil trasladarnos con suficiente rapidez de un lugar a otro para que las diversos aspectos que así obtenemos de las cosas se confundan en una sola imagen de la naturaleza, puramente objetiva.

Mach, Poincaré y otros sabios han estudiado a fondo la influencia que la contextura propia de nuestros sentidos ha tenido en la asignación de tres dimensiones al espacio. «La experiencia, dice Poincaré, no nos prueba que el espacio tiene tres dimensiones, ella nos prueba que es cómodo atribuírle tres, porque así las dificultades que resultan de la interpretación de los fenómenos se reducen a un mínimum» (2). Por esto mismo, si nuevos fenómenos vienen a complicar otra vez el problema de la interpretación del mundo externo, nos queda abierto el camino para intentar una modificación en nuestra concepción del espacio, atribuyéndole, por ejemplo, mayor número de dimensiones.

Claro está que nuestra intuición se resistirá a seguir a la razón científica en esta atrevida evolución de las ideas más arraigadas a nuestro ser, puesto que los nuevos fenómenos no formarán seguramente parte de nuestra experiencia diaria y no pueden influir, por tanto, sino después de transcurrido un considerable número de generaciones, en conceptos que se han generado paulatinamente a través de toda la existencia del género humano. Empero, esto mismo nos hace concebir que si nuestra experiencia ancestral hubiera sido distinta a la efectivamente recogida: por ejemplo, si el hombre hubiera tenido la suerte de descubrir, desde los más primitivos tiempos, un medio para trasladarse de un punto a otro

---

(1) Rey Pastor: Introducción a la Matemática superior. Madrid, 1916. Pág. 39.

(2) La valeur de la Science. París 1907. Pág. 125

del espacio con una velocidad vertiginosa y que no hubiera sido entonces una simple fantasía para entretener las mentes juveniles, la historia de las botas de de siete leguas, ¿quién se atrevería a asegurar que la concepción del espacio sería para estos hombres igual a la nuestra? ¿No serían, acaso, causales suficientes para alterar sustancialmente la concepción del Universo, el fenómeno del achatamiento de los cuerpos en sentido de la velocidad relativa y la marcha más o menos lenta del tiempo en los diversos sistemas físicos en movimiento, que para este observador tendrían los caracteres de una inveterada experiencia y por consiguiente formarían parte integrante de su manera de percibir el mundo externo?

La interpretación del principio de relatividad, dada por Minkowski, no viene a equivaler a otra cosa, según mi opinión, que a la afirmación de que un ser racional capaz de trasladarse de un punto a otro con velocidades comparables a la de la luz, adquiriria a través de la herencia ancestral, la noción del Universo como un continuo geométrico cuatridimensional, en que no habría distinción entre lo que nosotros llamamos espacio y tiempo.

Ahora bien, este continuo poseería las propiedades de un espacio euclídeo, es decir, de un continuo geométrico de la misma naturaleza interna o estructura que nuestro espacio intuitivo, pues nacería de la yuxtaposición de una cuarta dimensión a las tres de nuestro continuo espacial. Como veremos luego, esto se define matemáticamente por la forma algebraica que toma la expresión de la distancia entre dos puntos infinitamente próximos del continuo, y la que hemos encontrado para el Universo de Minkowski (fórmula 2) es la que conviene a los espacios euclídeos.

Cabe entonces preguntar: ¿es en realidad el espacio físico de estructura estrictamente euclídea? Esta misma pregunta se la hicieron hace ya un siglo los fundadores de las geometrías abstractas y ello fué con justísima razón. Sólo la observación y estudio detenido de la propiedades del mundo externo pueden llegar a establecer si el espacio físico se amolda o nó al espacio de nuestra geometría intuitiva. Además, como el conocimiento del Universo se amplía incesantemente, no sólo en el análisis de sus elementos más diminutos, sino también en la exploración de regiones más y más alejadas de nuestro sistema solar, se debe admitir que la cuestión de la estructura del espacio físico es un problema susceptible de perfeccionamiento indefinido, paralelo al perfeccionamiento de todas las ciencias naturales.

La ciencia de Euclides está fundada en una serie de definiciones, axiomas lógicos e hipótesis más o menos plausibles, entre las que sobresale por su importancia el llamado postulado de Euclides, que dice: «si dos rectas encuentran una tercera en un plano y si hacen hacia un mismo lado de ella ángulos interiores cuya suma sea menor que dos ángulos rectos, estas dos rectas, prolongadas indefinida-

mente, se encontrarán del costado en que la suma de los ángulos es inferior a dos rectos».

Desde los tiempos de los primeros discípulos del geómetra griego, hasta fines del siglo XVIII fueron innumerables las tentativas hechas para demostrar el Postulado de Euclides y sólo se consiguió llegar a establecer algunas proposiciones estrechamente ligadas con él. Se demostró, por ejemplo, que admitir el Postulado era equivalente a admitir que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos, y equivalente, también, a la afirmación de que se pueden construír figuras semejantes.

El primero que supo considerar el problema de las paralelas en su verdadero aspecto fué Gauss. Para este matemático el postulado no es una verdad susceptible de demostración, sino simplemente una hipótesis que la experiencia podría muy bien desmentir y que, en todo caso, no impediría construir la geometría sobre nuevas bases en que ese Postulado fuera abiertamente contradicho. Guiado por estas ideas se afirma que efectuó medidas geodésicas de alta precisión para tratar de comprobar si efectivamente, dentro de los errores de observación, la suma de los ángulos de grandes triángulos es exactamente igual a dos rectos, pero los resultados que obtuvo no transaron la cuestión.

Gauss sólo dió a conocer sus ideas en correspondencias privadas y por esto no es hoy día recordado generalmente como el fundador de las geometrías abstractas, gloria que recae en el matemático ruso Lobatschewsky. Este sabio construyó y publicó en 1826 un sistema completo de geometría en el cual el Postulado de Euclides es negado y sustituído por el principio de que por un punto fuera de una recta y en un mismo plano con ella se pueden trazar infinitas paralelas.

Uno de los teoremas más importantes de la geometría de Lobatschewsky es el que dice que la suma de los ángulos de un triángulo es siempre menor que dos rectos y tanto menor cuanto mayor sea el triángulo. Lobatschewsky pensó también en investigar si su Geometría se amoldaba mejor al espacio físico que la de Euclides y estudió con este fin las paralajes de las estrellas para ver si eran todas superiores a un ángulo límite, en cuyo caso habría demostrado la realidad objetiva de su sistema geométrico; pero los resultados que obtuvo fueron igualmente negativos.

Estos resultados negativos no quieren decir que el espacio físico sea efectivamente euclídeo; sólo indican que, dentro de los límites actuales de apreciación, las cualidades métricas del mundo externo no permiten dilucidar si la geometría euclídea se amolde mejor o nó, que otra geometría, a la realidad. Y nótese que podrá un día llegarse a demostrar que las cualidades métricas de nuestro espacio físico se amoldan a una geometría no euclídea, pero no podrá demostrarse estrictamente jamás que es la geometría de Euclides la que en realidad le conviene, porque esto equivaldría

a demostrar experimentalmente con una aproximación infinita que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos.

Pero la geometría abstracta moderna en toda su imponente y profunda generalidad, sólo ha venido a tener su origen en la memoria titulada «*Uber die Hypothesen die der Geometrie zu Grunde liegen*», escrita en 1857 por el joven y genial matemático alemán Riemann, el discípulo predilecto de Gauss, con motivo de hacerse cargo de una cátedra de la Universidad de Gothingen. Para Riemann el concepto de espacio no es sino un caso especial del concepto matemático mucho más vasto de *multiplicidad*. Estas pueden ser continuas y discontinuas y Riemann comienza por definir lo que se entiende por dimensión de una multiplicidad. En seguida establece que la multiplicidad continua puede ser susceptible de medida por medio de la superposición de una magnitud independiente de su posición en la multiplicidad, magnitud que sirve de término de comparación, y depende de las formas posibles como esa magnitud pueda ser trasladada de un punto a otro, que la multiplicidad tenga un número determinado de dimensiones. Tomemos dos puntos infinitamente próximos de la multiplicidad y sea ds el elemento unidimensional definido por ellos, elemento que llamaré en adelante *intervalo* entre los puntos dados. Riemann demuestra que, si el intervalo puede ser expresado como la raíz cuadrada de una forma cuadrática de las diferencias infinitamente pequeñas de las coordenadas de los puntos, la multiplicidad así definida tiene el carácter de un espacio, en su más amplia acepción, es decir, de un continuo en el cual las figuras pueden desplazarse sin destrozarse o desgarrarse. Un espacio abstracto en toda su generalidad queda definido entonces por la expresión:

$$ds^2 = \Sigma\, a_{m,n}\, dx_m\, dx_n, \qquad (5)$$

y la estructura misma del continuo queda determinada por la manera como se componen los términos de la forma cuadrática. Por otra parte, la estructura del continuo dependerá también del modo como se ordenen, a partir de cada punto, los elementos lineales de la multiplicidad, así como la forma de una superficie en un punto dado, queda fijada por la disposición de los elementos de las curvas que se pueden trazar sobre ella a partir del punto. Se sabe que dos elementos lineales consecutivos fijan la curvatura de una curva sobre la superficie y la curvatura de todas las curvas así trazadas determina la curvatura de la superficie misma. Generalizando este concepto geométrico, Riemann obtiene la noción de lo que designa con el mismo nombre de *curvatura de un espacio*, es decir, la propiedad intrínseca más inmediata, más

visible, que caracteriza la estructura de un continuo abstracto alrededor de uno de sus puntos.

El gran matemático demuestra después que la geometría estudiada por Lobatschewsky, es la geometría de los espacios de curvatura negativa y descubre la existencia de espacios de curvatura positiva, que gozan de la propiedad de ser ilimitados pero finitos, es decir, que se cierran sobre sí mismos; o sea, que las líneas geodésicas de la multiplicidad, que son las que desempeñan en un continuo abstracto el papel de las rectas en el espacio euclídeo, si se prolongan indefinidamente acaban por formar un circuito cerrado.

En la geometría de Riemann la suma de los ángulos de un triángulo es siempre mayor que dos rectos y tanto mayor cuanto mayor sea el triángulo.

La geometría de Euclides constituye el caso límite entre las geometrías de los espacios de curvatura positiva y los espacios de curvatura negativa y se considera como la geometría de los espacios de curvatura nula. En estos espacios, la expresión del intervalo entre dos puntos infinitamente próximos se simplifica, pues se anulan los coeficientes $a_{m,n}$ en que $n \gtrless m$ y se hacen iguales a 1 aquellos en que $n = m$ y queda solo:

$$ds^2 = \Sigma\, a_n\, dx_n^2. \qquad \text{(5 bis)}$$

Mucho caudal se ha hecho, para discutir la posibilidad de que nuestro espacio físico posea una estructura distinta de la euclídea, de la imposibilidad de imaginarse un espacio abstracto y, especialmente, de imaginarse el concepto de curvatura espacial. Se arguye, por ejemplo, que, si el espacio tuviera alguna curvatura positiva, sería de dimensiones finitas, idea que repugna abiertamente a nuestro espíritu. Empero, si bien se reflexiona, la creencia en la extensión infinita del espacio es simplemente un engaño de nuestra razón, sin ningún fundamento real, porque la noción del infinito sobrepasa la capacidad conceptiva de nuestra mente.

Debemos acostumbrarnos a convenir en que muchos de nuestros conceptos relativos a la realidad externa son simples convenciones de nuestro espíritu, destinidas a satisfacer cierta tendencia estética y simplista que nos es innata. Esto es lo que pasa, precisamente, con las ideas de espacio infinito y, también, con la creencia nuy arraigada en la exactitud y validez absolutas de la ley de la gravitación de Newton. Se trata, efectivamente, de una ley muy sencilla, que parece tener un fundamento racional que va más allá de la experiencia misma. Sin embargo, es fácil hacer ver que, una de dos: o el espacio es realmente infinito y entonces la ley de Newton no puede ser exacta, o esta ley es exacta y entonces el espacio debe ser, necesariamente, de dimensiones finitas. En efecto, como lo ha hecho notar un astróno-

mo alemán, si el Universo es infinito, la acción gravitacional en un punto cualquiera del espacio sería infinita, y por tanto inaccesible a la experiencia, pues la fuerza atractiva crece en razón directa de las masas, es decir, de los volúmenes o del cubo de las distancias y en razón inversa del cuadrado de las distancias; crece pues con las distancias y para distancias infinitas la atracción sería infinita.

Pero no sólo los espacios de curvatura negativa o positiva, sino aún el Universo cuatridimensional de Minkowski es inimaginable, a pesar de su carácter euclídeo. Sin embargo, se puede obtener una imagen aproximada de él valiéndose de una representación empleada por el mismo Minkowski en sus memorias, representación que voy a explicar, porque es necesaria para la exposición de más adelante.

Consideremos un espacio constituido por las dos dimensiones espaciales x, y, del espacio real y por el tiempo t, como tercera dimensión. Este espacio lo podemos suponer como derivado de cortar el continuo cuatridimensional x, y, z, t, por un plano perpendicular al eje de las z. Desde luego, debo hacer notar que este continuo no es el Universo de Minkowski, porque éste es homogéneo con respecto a sus cuatro dimensiones, mientras que el que consideramos posee una dimensión de distinto carácter que las demás; pero, en todo caso, se le parece, y esto basta para nuestro propósito. El continuo espacial x, y, t, contiene todas las partículas materiales que fueron interceptadas por nuestro plano secante. Observemos una partícula: si está en reposo en nuestro espacio intuitivo, describirá una trayectoria recta paralela al eje de los t, en el continuo x, y, t; si posee un movimiento uniforme, su trayectoria será un recta inclinada con respecto a los ejes y si posee un movimiento acelerado, su trayectoria será una curva más o menos irregular según sean las variaciones de la aceleración. Así, si el movimiento es el de la caída de los cuerpos, la trayectoria será una parábola de eje paralelo al plano x, y.

Minkowski llama *línea universal* a la trayectoria que describe una partícula material en el Universo x, y, z, t, y llama *punto universal* a un punto de la línea universal, es decir, a una partícula material considerada en un instante dado.

«Si trazamos las líneas universales de todas las partículas y *hacemos extensiva esta noción aún a las ondas luminosas o electromagnéticas en general,* obtendremos una historia completa de las configuraciones del mundo en todas las épocas. Pero una historia de esta especie contiene mucho material, que está necesariamente fuera de toda experiencia. Toda observación exacta es la anotación de la coincidencia de dos entidades en el espacio y el tiempo, esto es, anotación de intersecciones de líneas universales. Es fácil ver que éste es el caso en los experimentos de laboratorio o en las observaciones astronómicas».

«La constatación de que las líneas universales de dos partículas se interceptan

es una adición verdaderamente nueva, al conocimiento de la realidad externa, puesto que, en general, las líneas del espacio intuitivo se cruzan sin cortarse» (1).

Podemos decir, por consiguiente, que en el Universo de Minkowski un fenómeno físico es el punto de concurrencia de un gran número de líneas universales y el conjunto de la naturaleza, en todas sus configuraciones presentes y pretéritas, estará representado por una madeja tupidísima de líneas rectas y curvas que se entrecruzan caprichosamente en innumerables puntos, que constituyen los hechos observables.

La teoría del Universo de Minkowski representa el punto culminante de la teoría de la relatividad en su primer período.

Ya en este corto transcurso de tiempo las nuevas ideas habían conquistado una brillante falange de partidarios, a cuya cabeza descollaba el gran físico berlinés Max Planck, pero también había sabios que se mostraban decididamente contrarios a la aceptación del principio de relatividad, como una nueva piedra angular de la Física teórica.

Las razones que se aducían en su contra pueden concentrarse en las siguientes observaciones:

1.ª) La teoría perfecccionada de Lorentz explica tan bien como la teoría de Einstein todos los fenómenos electromagnéticos. ¿Es cuerdo entonces apresurarse a aceptar el principio de relatividad y a abandonar en consecuencia, junto con nuestros conceptos intuitivos de tiempo y espacio, al éter, elemento vital de las más avanzadas teorías de la física moderna?

2.ª) La teoría de Einstein no conduce a predecir ningún nuevo fenómeno que no sean capaces de explicar las ideas clásicas. El valor del principio de relatividad, como instrumento de investigación, es entonces, completamente nulo. ¿Qué se saca con introducir la anarquía en una ciencia que ha alcanzado ya un alto grado de perfeccionamiento?

3.ª) La teoría de Einstein no satisface tampoco al principio filosófico de la relatividad de todos nuestros conceptos que se refieren al mundo externo, pues el principio de relatividad de Einstein sólo se refiere a los movimientos inerciales.

La primera objeción pudo ser contestada satisfactoriamente por los relativistas aduciendo la propia opinión de Lorentz, que he citado más atrás, respecto a la notable facilidad y naturalidad con que los fenómenos observados se desprenden de la nueva doctrina. Por lo demás, ha podido argüirse, la ciencia se construye, no sobre hipótesis ad-hoc, como la de Lorentz, sino sobre postulados indemostrables

---

(1) Eddington: Report on the Relativity Theory of Gravitation. London 1918. Pág. 17.

directamente; elementos simples extraídos de la experiencia e irreductibles a nada más inmediato a la esencia misma del mundo sensible, y tal es el carácter del principio de relatividad. Como observa un físico inglés, el método del principio de relatividad es el método de toda ciencia que progresa.

Einstein ha respondido a la segunda objeción haciendo ver que el valor heurístico del principio estriba en que proporciona una condición a la cual deben satisfacer todos los sistemas de ecuaciones que expresan leyes naturales generales: el principio de relatividad en realidad no permite abrir nuevas vías a la investigación, pero indica cuáles son las que pueden seguirse con probalilidades de éxito satisfactorio.

Cuanto a la tercera objeción no hubo respuesta plausible que oponerle. La inmensa mayoría, casi todos los relativistas, desentendiéronse de ella, porque se refiere a una cuestión de orden filosófico ajena a las investigaciones científicas; empero Einstein se sintió hondamente impresionado por el carácter restringido del principio que enunciara en 1905 y con toda lealtad manifestó luego la necesidad de ampliar la teoría de la relatividad a todos los conceptos fundamentales de la Física de acuerdo con las ideas de Mach.

SEGUNDA PARTE

LA TEORIA GENERALIZADA

«Meinkowski, como resultado de la Teoría restringida, enunció la proposición de que espacio y tiempo, en sí mismos, son nuevas sombras y sólo una indisoluble síntesis de ambos posee existencia independiente. Pues bien, partiendo de la Teoría generalizada, podemos decir que esta misma síntesis se ha convertido en una simple sombra y abstracción, y que es sólo la unidad de Espacio, Tiempo y cosas la que tiene una existencia independiente».—*M. Schlich: Space and Time in Contemporany Physies. 1920.*

«A medida que la geometría se hizo más compleja, la física se hizo más simple, hasta que, finalmente, parece casi que la física ha sido absorvida por la geometría».—*Eddington: Space, Time and Gravitación. 1920.*

Henos ahora en el punto de partida de la Teoría generalizada de la Relatividad.

El primer problema que se le presentó a Einstein fué el siguiente: ¿las aceleraciones no son acaso relativas como las velocidades? Su contestación fué inmediata y afirmativa: «vanos serán todos los esfuerzos que se gasten en explicar lo que se entiende por aceleración de un cuerpo, ha dicho; siempre no se conseguirá otra cosa que definir aceleraciones relativas; es decir, las aceleraciones de unos cuerpos con respecto a otros. Pero por otra parte nosotros fundamos la mecánica sobre la hipótesis que para que un cuerpo tome una aceleración es preciso una fuerza (o causa) sin prestar atención a que no podemos de ninguna manera indicar lo que se entiende por aceleración, puesto que no percibimos otra clase de aceleraciones que las relativas » (1).

Se ve, pues, que la relatividad de las aceleraciones implica como consecuencia inmediata la relatividad de las fuerzas y de este modo Einstein se vió frente a frente a uno de los problemas más fundamentales que han agitado al pensamiento humano. ¿Corresponden o nó las fuerzas de la naturaleza a cierta realidad objetiva?

(1) Zum Relativitäts Problem. «Scientia» I-V-1914. pág 346,

En el siglo XVII los discípulos de Descartes, Gassendi y Huygens hicieron triunfar la teoría de que todos los fenómenos materiales derivan de la acción inmediata, por contacto, de las partículas más pequeñas de los cuerpos, unas sobre otras y por consiguiente las fuerzas no tendrían existencia real. Pero en el siglo siguiente los sucesores de Newton logran sustituir esta concepción netamente mecánica del Universo por una concepción puramente dinámica, en que sólo las fuerzas tienen existencia objetiva y los átomos materiales no son más que puntos matemáticos de donde brota la acción atractiva o repulsiva de las fuerzas naturales; las que, entonces, obran a la distancia e instantáneamente.

Las dos escuelas opuestas, de la acción inmediata y de la acción a distancia, se han disputado porfiadamente el campo de la ciencia física durante el siglo pasado. En los primeros diez lustros la acción a distancia reina sin contrapeso en la electricidad, el magnetismo y la física molecular, pero es desterrada de la óptica y del calor. En los últimos diez lustros la teoría de la acción por contacto vence en toda la física. Pero este triunfo no es completo ni definitivo: por poco que se ahonde en el estudio de las procesos físicos se verá aparecer necesariamente la acción a distancia, la fuerza inmaterial que permite la trasmisión de las influencias de una porción de materia sobre otra; y si se quiere a toda costa abandonar esta noción de fuerza, se verá el sabio conducido como lo fué Hertz en su inmortal obra póstuma: «*Die prinzipien des Mechanik in neuen Zusammenhang dargestellt*», a admitir la existencia de masas ocultas, puramente imaginarias, como recurso matemático para reducir los fenómenos materiales a acciones de contacto inmediato.

Einstein se planteó la cuestión de la siguiente manera: ¿es posible llegar a conocer el estado de movimiento acelerado de un sistema de referencia por medio de observaciones realizadas exclusivamente dentro del sistema? o bien, en otras palabras, ¿un observador encerrado en una caja podrá de alguna manera llegar a distinguir si la caja se halla animada de un movimiento inercial o posee un movimiento acelerado?

Tratemos de contestar la pregunta. Para esto imaginemos una caja aislada en el espacio, a una gran distancia de cualquier cuerpo celeste. Supongamos que un observador se instale dentro, con los aparatos de mecánica y física que crea necesarios para resolver el problema propuesto. El, seguramente, estudiará el movimiento de los cuerpos que lance al espacio interior de su laboratorio, y la marcha de los rayos luminosos, y observará que tanto éstos como aquéllos se propagan en línea recta con velocidad uniforme. Al mismo tiempo notará que todas las cosas que lo rodean, y él mismo, carecen de peso. Matemáticamente esto se expresa

diciendo que el potencial del campo de gravitación en que se mueve la caja es constante.

Supongamos ahora que desde afuera se le imprime a la caja un movimiento acelerado, para concretar las ideas, digamos uniformemente acelerado. ¿Qué pasará? Que el observador verá que sus cuerpos que antes seguían una línea recta, al lanzarlos al espacio, siguen ahora una curva que reconocerá ser una parábola y, por tanto, verá *caer* los cuerpos en una dirección que será precisamente la contraria al movimiento impreso a la caja y todos los cuerpos caerán, naturalmente, con la *misma* aceleración. Asimismo comprobará que las cosas en reposo ejercerán presión sobre sus soportes o sobre una de las paredes de la caja y, en resumen, creerá nuestro observador que su laboratorio ha caído sobre un astro y se encuentra súbitamente en reposo en un campo gravitacional uniforme, es decir, en la misma situación que nos encontramos todos sobre la Tierra y lo único que extrañará es no haber sentido la conmoción de la caída.

Imaginemos ahora este otro caso: que la caja, animada primitivamente de un movimiento inercial, éntre poco a poco en el campo de atracción de un astro, es decir, comience a caer con aceleración creciente hacia dicho astro. ¿Se dará cuenta el observador de lo que pasa? Nó, él no notará ningún cambio a su alrededor, ni los fenómenos que realice le indicarán nada extraño y sólo vendrá a salir de su ignorancia cuando el rudo golpe que sufra la caja al extrellarse sobre la superficie del astro, lo coloque en un instante frente a frente a la realidad. En efecto, como conjuntamente con la caja todas las cosas que hay dentro, incluso el observador, caen con la misma aceleración, no habrá ninguna velocidad relativa que venga a señalar lo que le pasa al conjunto del sistema. En resumen, el observador no sabrá distinguir si su sistema de referencia se encuentra, en un momento dado, animado de un movimiento inercial en un campo de potencial newtoniano constante o animado de un movimiento acelerado en un campo de potencial variable; y, en el ejemplo anterior, no sabrá distinguir si se encuentra en reposo en un campo de potencial newtoniano variable o en movimiento acelerado uniformemente en un campo de potencial constante.

Ahora debemos preguntarnos. ¿Es posible afirmar que estas conclusiones sean estrictamente exactas? La respuesta es categórica y negativa, porque no se ha demostrado experimentalmente la exacta proporcionalidad entre la masa inerte y la masa atractiva de los cuerpos y es fácil ver que sólo en este caso serían indiscernibles un campo de gravitación uniforme y un movimiento uniformemente acelerado del sistema de referencia. Pero aún hay más; para que las conclusiones fueran exactas deberían los rayos luminosos, y, en general, las radiaciones electro-magnéticas, ser influenciadas por un campo de gravitación; en otras palabras, la energía libre de las radiaciones debería tener peso; y como ya la teoría restringida de la

relatividad había llegado a la conclusión de que toda energía es inerte, nos encontramos con que la energía debería poseer las dos propiedades más esenciales de la materia: inercia y peso.

Como hasta hace poco nunca se había observado la acción de la gravitación sobre la luz, la cuestión de si un campo gravitacional uniforme es exactamente equivalente a un movimiento uniformemente acelerado de los ejes de referencia, quedaba abierta.

Einstein, en presencia de este dilema, no vacila, zanja perentoriamente la duda enunciando un nuevo principio físico que constituye una de las piedras angulares de la Teoría generalizada de la relatividad. Einstein postula el siguiente principio que designa con el nombre de «*Principio de Equivalencia*: *En un campo gravitacional los procesos físicos se desarrollan exactamente como si se realizasen relativamente a un sistema de referencia acelerado*».

De acuerdo con este postulado que, como todos los postulados de la Física, sólo puede verificarse indirectamente por sus resultados, «los efectos producidos por un campo de gravitación pueden siempre interpretarse por un estado de aceleración de los cuerpos, sustraídos a todo campo de fuerza, y recíprocamente. De esto resulta que la existencia de un campo de gravitación en el espacio es puramente relativa; depende de la cuestión, insoluble experimentalmente, de saber si el sistema desde donde se le considera está en reposo o en movimiento acelerado...» (1)

Como consecuencias inmediatas del principio de equivalencia se tienen la exacta proporcionalidad entre la masa inerte y la masa ponderable de todos los cuerpos y la pesantez de la luz, o sea, de la energía libre. Pero se presenta otra consecuencia importante: así como los cuerpos, al caer hacia la Tierra, aumentan constantemente de velocidad, la luz, al atravesar un campo gravitacional debe aumentar paulatinamente de velocidad y, por tanto, el principio de equivalencia es inconciliable con uno de los fundamentos primordiales de la teoría de la relatividad enunciada por Einstein en 1905: la constancia de la velocidad de la luz para todo sistema de referencia. «El nuevo principio no puede ponerse de acuerdo con el principio restringido de relatividad; yo fuí así conducido, dice Einstein, a mirar la teoría de la relatividad en su sentido estrecho como no conviniendo más que a dominios al interior de los cuales no hay diferencias perceptibles de potencial de Gravitación. La teoría enunciada debía ser reemplazada por una teoría generalizada que la comprendiese como caso límite».

Supongamos, ahora, que a la caja-laboratorio de los ejemplos anteriores se le imprima en un momento dado un movimiento acelerado completamente irregu-

---

(1) Rougier: loc. cit. pág. 94.

lar. Nuestro observador, al ver que sus móviles ya no siguen trayectorias rectilíneas sino curvas gausas más o menos caprichosamente deformadas, tratará de referir sus aparatos y fenómenos a un sistema que en lo posible elimine las aparentes anomalías de los movimientos que observa; pero quedará en la duda, que ningún experimento le permitirá aclarar, de si se encuentra realmente en la superficie de algún astro, sumerjido por ejemplo, en un océano cuyos oleajes producen las extrañas deformaciones de las trayectorias de sus móviles, o si la pesantez de los cuerpos que lo rodean y de su propio cuerpo es debida simplemente a un movimiento acelerado de su laboratorio.

Aceptada esta última alternativa, él dirá que todo se explica si se refieren los cuerpos y fenómenos a otro sistema de coordenadas, distinto del que determinan las paredes de la caja y su cronómetro y después de un serio estudio podrá llegar a establecer las relaciones que ligan uno y otro sistema de referemcia.

Sean

$$x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4,$$

las coordenadas del Universo, en el sentido de Minkowski, que el observador usaba cuando la caja tenía un movimiento inercial i

$$x_1^1, \ x_2^1, \ x_3^1, \ x_4^1$$

las nuevas coordenadas que le permiten explicar los fenómenos que pasan dentro de la Caja como consecuencias de un movimiento irregularmente acelerado de ésta.

En general se tendrá:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= f_1 \ (x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4.) \\ x_2^1 &= f_2 \ (x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4.) \\ x_3^1 &= f_3 \ (x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4.) \\ x_4^1 &= f_4 \ (x_1, \ x_2, \ x_3, \ x_4.). \end{aligned} \qquad (6)$$

En el sistema de referencia inercial, el intervalo entre dos puntos del Universo n : owskiano, sabemos que es definido por la ecuación:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2. \qquad \text{(6 bis)}$$

La ecuación del movimiento de una partícula material o móvil abandonado a sí mismo, se puede escribir en una forma que recuerda el postulado sobre el cual Hertz hizo descansar todo su sistema de Mecánica racional, postulado que no es

sino una expresión nueva del conocido principio de Hamilton o de la menor acción y que dice: "un sistema material aislado permanece en reposo o describe de una manera uniforme una trayectoria que es un camino más recto". De acuerdo con este enunciado, la ecuación del movimiento de la partícula o móvil, usando la notación del Cálculo de Variaciones, es

$$\delta \int ds = o, \qquad (7)$$

fórmula que no indica otra cosa sino que la trayectoria descrita es una línea recta del espacio euclídeo.

Las ecuaciones de transformación (6) nos permiten calcular el valor ds^1 del intervalo entre los mismos puntos considerados, pero con respecto al nuevo sistema.

En efecto, obtenemos:

$$dx_1^1 = \frac{df_1}{dx_1} dx_1 + \frac{df_1}{dx_2} dx_2 + \frac{df_1}{dx_3} dx_3 + \frac{df_1}{dx_4} dx_4,$$

y expresiones análogas para dx_2^1, dx_3^1 i dx_4^1. De estas ecuaciones podemos obtener los valores de dx_1, dx_2, dx_3, dx_4, en función de las diferenciales acentuadas, los que introducidos en (6 bis), nos dan:

$$ds^{1^2} = g_{11}\, dx_1^{1^2} + g_{12}\, dx_1^1\, dx_2^1 + \ldots\ldots + g_{44} dx_4^{1^2}$$
$$= \Sigma\, g_{\mu\upsilon}\, dx_\mu^1\, dx_\upsilon^1 \qquad (8)$$

en que los coeficientes g son funciones de las nuevas coordenadas y de las derivadas parciales de $f_1 \,..\, f_4$.

Se ve que el intervalo en el nuevo sistema de referencia adquiere la expresión general que corresponde al elemento lineal de un espacio no-euclídeo de cuatro dimensiones. Esto nos dice que nuestro observador podría interpretar matemáticamente los nuevos fenómenos que se le presentan considerando que el espacio en que se encuentra ha dejado de tener las propiedades de un contínuo geométrico euclídeo y ha pasado a ser no-euclideo, es decir, ha adquirido cierta curvatura riemanniana. A él se le podria ocurrir, entonces, que habia pasado lo que pensó que podría suceder un físico inglés muy conocido, a saber: que nuestro sistema planetario, al moverse en el espacio en dirección de la constelación de Hércules, habría penetrado en regiones en que la curvatura espacial no fuera nula sino tuviera un valor

apreciable, positivo o negativo, lo que nos permitiría observar y estudiar un contínuo geométrico no-euclídeo.

Introduciendo en (7) el valor (8) de ds^1 obtenemos simplemente

$$\delta \int ds^1 = o \qquad (7\ \text{bis})$$

cuya ecuación nos dice que las trayectorias de las partículas son las líneas más cortas del espacio no-euclídeo, es decir, las líneas geodésicas del contínuo geométrica cuyo elemento lineal es ds^1.

Esto nos conduce desde luego a una conclusión de importancia capital. Admítase por un momento que nuestro observador se acostumbre a apreciar los fenómenos refiriéndolos al espacio no-euclídeo que les convenga y supongamos que esté estudiando la trayectoria de los electrones escapados de una substancia radioactiva. Estas trayectorias serán líneas curvas. Ahora imaginemos que pone en actividad un electro imán, las trayectorias de los electrones sufrirán una nueva deformación ¿qué pensará el observador? Lo más probable, dentro de la hipótesis aceptada, es que admita que las propiedades del espacio no-euclídeo habían variado y que las nuevas trayectorias de los electrones seguían siendo las líneas jeodésicas del espacio abstracto modificado. Para este físico no habría entonces fuerzas; en cambio, todos los cuerpos al moverse en el espacio tendrían la propiedad general de seguir siempre el camino más corto entre dos puntos dados.

Tratemos, ahora, de formarnos una imagen concreta de la experiencia que nos sirve de ejemplo. Para esto imaginemos trazadas en un espacio cuatridimensional de coordenadas x, y, z, t, las líneas universales de todas las partículas materiales y radiaciones electromagnéticas contenidas en la caja-laboratorio, es decir, relatada gráficamente la historia de todos los fenómenos y hechos verificados dentro de la caja.

Cuando ésta poseía un movimiento inercial, los móviles o partículas abandonadas a sí mismas describían segmentos rectilíneos de líneas universales, pero tan luego como fué sometida a un movimiento acelerado estos segmentos se trasformaron en arcos de curvas gausas más o menos irregulares.

Podemos materializar aún más esta representación gráfica suponiendo que el Universo cuatridimensional está constituido por una masa sólida plástica, como una gelatina, en la cual quedan aprisionadas las trayectorias universales de las partículas. He dicho ya que los fenómenos mismos se presentan en esta representación como los puntos de concurrencia de gran número de estas trayectorias correspondientes a otras tantas partículas, radiaciones o entidades que entran en juego en el hecho físico que se considera.

Ahora bien, se ve fácilmente que el paso de la caja de su movimiento inercial

al movimiento acelerado, o sea, que el resultado de la transformación de los coordenadas primitivas a las nuevas por medio de las cuatro funciones f, se puede representar materialmente por una deformación que se aplique a la gelatina y que produzca las mismas alteraciones de las trayectorias que el cambio de sistema de referencia. Pero la deformación de la gelatina, por mucho que altere el aspecto y el desarrollo de los hechos, no crea ni anula ninguna entidad o elemento que forme parte integrante de ellos, así como esos espejos que se suelen poner en los lugares de reunión para hacer reir a las personas que se contemplan en ellos, no les quitan ni agregan ningún rasgo que realmente posean, apesar de las alteraciones grotescas que producen en la imagen reflejada de las personas. Esto proviene de que la deformación de la jelatina modifica la curvatura y torsión de las trayectorias en cada punto, pero no puede crear ni anular y ni siquiera alterar substancialmente la distribución de los puntos de encuentro de las líneas universales dibujadas en ella. Matemáticamente expresado podríamos decir que los puntos de la jelatina deformada son función uniforme y continua de los puntos de la masa primitiva.

Generalizando este resultado, podemos decir que una transformación cualquiera de las coordenadas que sirven de referencia a un sistema material situado en un campo de potencial de gravitación constante, se puede representar por una deformación conveniente del espacio euclídeo en que nuestra intuición sitúa los fenómenos del mundo externo.

Ahora bien, distintos observadores, animados de movimientos distintamente acelerados requerirán desigual deformación del espacio intuitivo para apreciar los mismos hechos presentes a su vista.

Se ocurre entonces la pregunta: ¿son estas diversas representaciones equivalentes unas a otras o hay algunas que tengan preeminencia sobre las demás? La experiencia no nos proporciona base suficiente para poder dirimir esta cuestión. De la solución que se le quiera dar dependerá la concepción del mundo físico compatible con la teoría que sobre esa solución se desarrolle y se habrá planteado, entonces, un nuevo principio científico cuya validez dependerá de las conclusiones que de él se deriven.

En esta situación, Einstein toma resueltamente el camino que la concepción relativista del Universo patrocinada por Mach le señala y, afirmando la equivalencia de todas las representaciones, establece el *Principio generalizado de Relatividad.*

Recordando el enunciado que hemos dado del *Principio restringido,* nos veríamos, naturalmente, conducidos a expresar el nuevo postulado como sigue: "Las leyes que rigen los fenómenos físicos son invariantes con respecto a cualquier sistema de referencia"; pero Einstein ha observado que este enunciado estaría en desa-

cuerdo con las consecuencias que las nuevas ideas tienen con respecto a la contextura del mundo externo.

Es fácil hacer ver, primero, que las proposiciones de la jeometría de Euclides no son válidas en una extensión del contínuo físico espacio-tiempo, si se acepta la teoría generalizada de relatividad. En efecto, sea un contínuo físico en que no existe campo de gravitación, referido a un sistema inercial U: por consiguiente los resultados de la teoría restringida tienen validez para este sistema. Supongamos, ahora, el mismo contínuo referido a un segundo sistema K', que rota uniformemente con respecto a K. Para fijar las ideas imaginemos que K' es un disco plano circular que rota uniformemente en su plano al rededor del centro. Un observador sentado excéntricamente en el disco K' siente una fuerza que obra radialmente hacia afuera y que se interpreta como efecto de inercia por un observador situado en reposo con respecto al primer sistema K.

Pero el observador situado sobre el disco puede, fundándose en la teoria generalizada de relatividad, considerar su sistema de referencia como estando en reposo. La fuerza que obra sobre él y en general sobre todos los objetos en reposo con respecto al disco, la considerará como efecto de un campo gravitacional.

El observador ejecuta experimentos en su disco, con relojes y reglas de medida. Al obrar así persigue establecer definiciones exactas para los datos relativos a tiempo y espacio, basadas exclusivamente en sus observaciones. ¿A qué resultado llegará? Para comenzar, él pone uno de dos relojes idénticos, al centro del disco y el otro en la orilla. Juzgados desde el punto de vista del sistema de referencia en reposo K, el reloj del centro no posee velocidad, mientras que el del borde se encuentra en movimiento con respecto a K. Por consiguiente, este último reloj, de acuerdo con un resultado deducido en la teoría restringida, marchará permamentemente más despacio que el reloj del centro y el mismo efecto será observado por una persona situada sobre el disco rotante y colocada en su mismo centro. Por tanto, en nuestro sistema K' (disco) o, para hacer el caso más general, en todo campo gravitacional, un reloj marchará más lentamente o más rápidamente según la posición en que esté situado. Por esto no es posible obtener una definición razonable del tiempo con relojes que se encuentren en reposo con respecto a un sistema de referencia cualquiera.

De la misma manera la definición de coordenadas espaciales presenta dificultades insalvables. Si un observador aplica su regla unitaria de medida tanjancialmente al borde del disco, entonces, juzgando desde el punto de vista del sistema inercial K, su longitud será menor que 1, de acuerdo con los resultados ya obtenidos en la teoría restringida; es decir, la regla experimentará una contracción aparente en el sentido del movimiento; pero permanecerá igual a 1 si se la aplica radialmente sobre el disco. Ahora si el observador primero mide la circunsferencia del disco

con su regla y en seguida el diámetro, al dividir un resultado por el otro no obtendrá como cuociente el conocido número $\pi = 3,1415\ldots$ sino un número mayor. Esto prueba que las proposiciones de la geometría euclídea no poseen validez en el sistema de referencia rotatorio y por tanto tampoco en un campo gravitacional. Por consiguiente, la idea de línea recta también pierde su significado. No podemos entonces definir las coordenadas x, y, z, y t con referencia al disco en la forma que lo hemos hecho en la teoría restringida. En un continuo de esta especie las propiedades que atribuimos habitualmente a los cuerpos sólidos son imposible; todo cuerpo al trasladarse de un punto a otro debe deformarse. Un sistema de referencia, tal como el usado por la geometría cartesiana, triedro trirectángulo indeformable, es incompatible con las propiedades del contínuo espacio-tiempo deducidas de la teoría generalizada de la relatividad: en campos gravitacionales no hay esos cuerpos rígidos con propiedades euclídeas y es natural entonces que al enunciar el principio fundamental de la teoría no se haga referencia a tales entidades.

Afortunadamente la Geometría superior posee los medios necesarios para definir un elemento geométrico en un continuo abstracto no euclídeo: estas son las coordenadas curvilíneas que Gauss introdujo en el estudio de las superficies de doble curvatura y valiéndose de ellas el Principio de Relatividad generalizado puede enunciarse así:

"Todos los sistemas de coordenadas curvilíneas son escencialmente equivalentes para la formulación de las leyes generales de la Física".

La equivalencia de las representaciones del mundo externo que se obtienen de distintos puntos de vista animados de velocidades diversas, que Einstein postula còmo fundamento primordial de las teorías del mundo físico, viene a ser una justificación de una imagen de que gustaba valerse Poincaré para hacer resaltar la profundidad y extensión que debía atribuirse, según él, al concepto de la relatividad del espacio.

"El espacio, ha dicho el gran matemático, es en realidad amorfo y solo las cosas que hay dentro son las que le proporcionan una forma". (1). "Dos mundos, observa en otra parte, serían indiscernibles no solo si fueran iguales o semejantes, es decir, si se pudiese pasar del uno al otro cambiando los ejes de coordenadas o cambiando la escala a la cual son referidas las longitudes, sino que serían todavía indiscernibles si se pudiese pasar de uno al otro mundo por medio de una transformación puntual cualquiera. Me explico: supongo que a cada uno de los puntos de uno de los mundos corresponda un punto del otro y viceversa, y además que las coordenadas de un punto sean funciones continuas y completamente arbitrarias

(1) Science et Méthode. París 1908, pág. 152.

de las coordenadas del punto correspondiente en el otro mundo. Por consiguiente, a cada objeto del primer mundo corresponderá un objeto de la misma naturaleza, puesto precisamente en el punto correspondiente del segundo mundo"... "Pues bien, nosotros no tendríamos ningún medio de discernir entre esos dos mundos" (1). "Supongamos que estamos habitando uno de esos universos y que hemos construído nuestra ciencia y nuestra geometría; durante ese tiempo los habitantes del otro universo habrán construído su ciencia y, como su mundo es una imagen del nuestro, su geometría será también una imagen de la nuestra o, por mejor decir, será la misma. Pero si un día una ventana nos comunicara con el Universo ajeno, nos compadeceríamos de sus habitantes: "Desgraciados, diríamos; creen haber hecho una geometría, pero lo que ellos llaman así no es sino una imagen grotesca de la nuestra, sus rectas son todas torcidas, sus círculos son contrahechos, sus esferas tienen caprichosas irregularidades". Y nosotros no sospecharíamos que ellos a su vez dirán lo mismo de nosotros y que nunca se sabrá quienes son los que tienen la razón (2)."

Pero, en lo que parece haber ido demasiado lejos Poincaré, es en haber creido que esta concepción de la relatividad del espacio traía por consecuencia el no tener ningún significado científico de atribuir una cierta y determinada estructura al espacio físico. Y no es así: habrá siempre, para cada observador, una geometría que realice mejor que otra cualquiera la síntesis de las relaciones espaciales del mundo que lo rodean y será el espacio geométrico que así construya el que se identifique definitivamente, si es posible emplear esta palabra en la ciencia, con el espacio físico. La estructura que de este modo le asigne no será una propiedad absoluta del espacio físico, porque el espacio es simplemente una relación conceptiva, pero será su estructura verdadera porque será la más cómoda para concebir el mundo externo; la más satisfactoria; la más natural en medio del acerbo total de nuestros conocimientos cientificos y son estos, según las corrientes filosóficas hoy en voga, los únicos caracteres distintivos de la verdad.

Así, en el ejemplo de que me he estado sirviendo, es lógico admitir que nuestro observador, meditando más y más sobre los fenómenos que lo rodean, acabará por comprender que su representación del mundo externo en un espacio no-euclídeo, que al principio creyó indispensable para coordinar los resultados de sus experimentos, puede ser sustituída por una representación euclídea, valiéndose de una cierta transformación de las coordenadas primitivas que, como dije ya, no eran otras que las aristas formadas por las paredes de su laboratorio y las indicaciones de su cronómetro. Nuestro físico concluirá, pues, por aceptar que, apesar de todas las

---

(1) La valeur de la Science. París 1907, pág. 64.

(2) Science et Méthode, pág. 102.

apariencias, su pequeño campo de observación forma parte de un espacio físico de extructura euclídea.

Sentado todo esto, Einstein hubo de resolver el problema de la interpretación matemática del principio generalizado de relatividad. Vimos ya que la interpretación matemática del principio restringido fué conseguida por Meinkwoski expresando simplemente que

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

es *invariante* para cualquier cambio de sistema de referencia en el Universo cuatridimensional. Einstein generalizó este resultado valiéndose de la consideración de que, conocido el elemento lineal ds de un espacio no euclídeo quedan fijadas todas las líneas jeodésicas que unen dos puntos dados de la multiplicidad y, por consiguiente, quedan determinadas las trayectorias universales de todas las partículas materiales, radiaciones y otros elementos físicos que constituyen el mundo externo representado gráficamente. Ahora, como según el nuevo principio todas estas representaciones son equivalentes, Einstein afirma que la expresión (8):

$$ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$$

debe ser invariante para cualquiera multiplicidad continua capaz de representar un determinado conjunto de fenómenos físicos, y es ésta la formulación matemática buscada.

Para aplicar el principio a un sistema físico dado debemos distinguir dos casos principales. El primero es aquel en que el campo de gravitación y la estructura no-euclídea del espacio son simplemente aparentes, es decir, son el resultado del movimiento acelerado de los ejes de referencia, como en el ejemplo de más atrás: se dice en este caso que no existe campo gravitacional permanente y en la imagen material constituida por la gelatina este hecho se manifiesta por la circunstancia de que la masa plástica puede llegar a ser deformada de tal manera que las trayectorias universales de las partículas o móviles abandonados a sí mismos queden perfectamente rectilíneas.

El segundo caso se presenta cuando el sistema físico que se estudia está atravesado por un campo de gravitación natural, es decir, no generado por un movimiento acelerado, como, por ejemplo, el campo producido por un cuerpo celeste.

En este caso es imposible deformar la jelatina hasta llegar a obtener que las líneas universales de los móviles abandonados a sí mismos queden completamente

rectas; habrá siempre una curvatura residual que es imposible hacer desaparecer geométricamente. "Tratar de reducir el espacio alrededor de la materia a la forma del espacio alejado de todo centro atractivo es algo así, dice el astrónomo inglés Eddington, como tratar de aplicar una hoja de papel sobre una esfera: el papel puede ser aplicado en un punto dado; pero, tan luego como queremos apartarnos de ese punto, la hoja se arruja (1)".

Es este un resultado experimental, una consecuencia sacada de la observación directa de la naturaleza, a la cual, por consiguiente, debe ajustarse toda teoría científica del mundo físico. Esto quiere decir que las trayectorias de las partículas a inmediaciones de la materia poseen una curvatura que llamaremos intrínseca para hacer resaltar el hecho de que por ninguna transformación de coordenadas puede ser anulada, y los cuerpos abandonados a sí mismos, aunque se mueven siempre según los caminos más rectos entre dos puntos dados, de acuerdo con el principio de Hamilton-Hertz, no describen ya líneas rectas según el sentido habitual o euclídeo de la expresión, sino que trazan las líneas jeodésicas de un contínuo geométrico cuya estructura es más compleja que la del espacio intuitivo. Ahora bien, la teoría de las geometrías abstractas de Riemann, nos dice que la naturaleza íntima o estructura del contínuo abstracto que rodea la materia ponderable quedará determinada por la expresión que recibe el elemento lineal ds entre dos puntos infinitamente próximos de una trayectoria universal, expresión que Einstein, según lo hemos visto ya, postula como invariante para un sistema físico determinado y es evidente que la estructura del espacio no-euclídeo solo puede depender de los parámetros *g* que intervienen en la forma cuadrática ds.

La existencia de un campo gravitacional permanente tiene por consecuencia restringir el número de contínuos espacio-tiempo en los cuales es posible obtener una descripción matemática de los fenómenos que ocurren en cierta región del espacio, dejando como válidos solo aquellos que puedan transformarse entre sí sin alterar la curvatura intrínsica originada por la materia ponderable. En otros términos, el campo gravitacional permanente determina un cierto número de condiciones que limitan los valores asignables a los parámetros g, de tal manera que el continuo que representa un sistema físico no pueda, valiéndose de ninguna transformación de coordenadas, llegar a hacerse congruente con el continuo que representa otro sistema físico: las multiplicidades espacio-tiempo, en ambos casos, poseen propiedades irreconciliables derivadas de una desigual distribución de materia.

La experiencia demuestra que todos los campos gravitacionales observables

---

Loc. cit. pág. 20.

en la naturaleza no incluyen el total de espacios que se pueden derivar del invariante ds^2 asignando a los parámetros g toda la concebible variedad de funciones de las coordenadas; existe una limitación para estas funciones que resulta de una serie de ecuaciones de condición a que se hallan sujetos los g; estas ecuaciones constituyen la ley de la gravitación universal.

Einstein hizo ver previamente que los parámetros g son homegéneos con el potencial newtoniano V, que satisface en el espacio libre a la ecuación diferencial de Laplace:

$$\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}=o,$$

o, en la notación del Análisis Vectorial:

$$\text{grad}\ ^2V=o.$$

Esta ecuación diferencial la podemos considerar como la ley de gravitación de Newton y esta ley es compatible con el principio restringido de relatividad, pues se demuestra en los textos de Cálculo infinitesimal que la ecuación de Laplace es invariante para una transformación de coordenadas lineal ortogenal.

La nueva ley de gravitación, para que satisfaga al principio generalizado de relatividad, debe ser invariante con respecto a cualquier sistema de referencia en que se estudie un problema físico y como hemos visto que ella no es sino la condición analítica que debe satisfacer un continuo geométrico abstracto para que pueda llegar a corresponder a un sistema físico efectivamente realizable en la naturaleza, se deduce que la ley de gravitación generalizada debe consistir en la anulación de ciertas relaciones existentes entre las propiedades intrínsicas de una multiplicidad continua abstracta. En efecto, la condición analítica se expresa por una serie de ecuaciones y éstas deben ser válidas para cualquier sistema de referencia, por tanto no deben depender de las coordenadas escogidas; son, pues, relaciones entre las propiedades intrínsicas de la multiplicidad.

Pero la ley de Newton, considerada en su forma diferencial, no cumple con la condición requerida, pues ella permanece invariante sólo en el espacio intuitivo, en el cual expresa la anulación de una propiedad intrínsica de la función potencial, que Maxwell llama la concentración de la función en un punto del espacio y que en Análisis vectorial se demuestra que es la divergencia del vector gradiente del campo de la referida función potencial (1).

---

(1) El lector que no tenga conocimientos del moderno cálculo de vectores puede consultar mis *Principios de Análisis vectorial,* Santiago 1919.

Einstein vióse así naturalmente conducido a estudiar las propiedades intrínsicas de las multiplicidades matemáticas y de aquí proviene la introducción del cálculo diferencial absoluto en la teoría generalizada de la relatividad.

Es esta una doctrina desarrollada por los matemáticos italianos Levi-Civita y Ricci, partiendo de los trabajos anteriores de Riemann y Christoffel, en que se consigue obtener de una manera sistemática los invariantes, o sea las expresiones matemáticas de las propiedades intrínsicas de una multiplicidad abstracta de un número arbitrario, *n*, de dimensiones. Para esto se parte de un invariante elemental que es una forma cuadrática de las variables y puede ser interpretada como el cuadrado del elemento lineal de la multiplicidad.

Si recordamos que Einstein acepta una forma cuadrática análoga como invariante fundamental en su teoría, queda de nuevo manifiesta la estrecha relación que liga la concepción relativista del Universo en su aspecto matemático y la teoría de los contínuos geométricos abstractos.

Los invariantes de que se ocupa el Cálculo absoluto poseen una cierta simetría geométrica alrededor del punto que se considera y, por consiguiente, esta nueva disciplina matemática puede ser considerada como un Análisis vectorial generalizado en un espacio no-euclídeo de *n* dimensiones. Desde este punto de vista los invariantes reciben el nombre de Tensores y se clasifican en diversos rangos o categorías según sea el orden de derivación que éntre en sus términos. Su simetría es de una complejidad inaudita comparada con la simetría de los tensores del Análisis vectorial ordinario. Así, si la simetría de estos es, como se sabe, la de un elipsoide de dos o de tres ejes, la de los tensores que entran en consideración en la teoría de Einstein poseen alrededor de un centenar de ejes de simetría.

Investigando las propiedades intrínsicas de las multiplicidades abstractas Einstein notó que un invariante, llamado en homenaje de sus descubridores el tensor de Riemann-Christoffel, se anulaba cuando se introducían como valores de los parámetros g los que reducen la fórmula $ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$ a la que rige en el espacio euclídeo: $ds^2 = \Sigma dx_\mu^2$; o sea, cuando la matriz:

$$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{matrix} \qquad (g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu})$$

se reemplaza por la matriz

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

De este hecho dedujo lógicamente que la condición de igualar a cero el tensor de Rieman-Christoffel equivalía a establecer que el continuo geométrico considerado debe poder reducirse, por medio de una transformación de coordenadas apropiadas, a un espacio de estructura simplemente euclídea. Esto quiere decir que la gelatina que representa el continuo de que se trata puede ser deformada hasta que la curvatura de las trayectorias universales de los móviles abandonados a sí mismos desaparezcan, y en este caso sabemos que no existe campo gravitacional permanente. En consecuencia, todo conjunto de valores de los parámetros g que anulan al tensor de Riemann-Christoffel, corresponderá a un sistema de coordenadas que podrá ser empleado para describir un espacio físico en que no actúe un campo gravitacional permanente. Ahora bien, un espacio de este carácter puede ser considerado como un caso especial de un espacio en que existe campo permanente de gravitación; las ecuaciones gravitacionales deben, por tanto, incluir como caso especial la anulación del tensor de Riemann-Christoffel. En otras palabras, las relaciones que ligan los parámetros g en un campo de gravitación permanente y que expresan la nueva ley de la gravitación universal, deben ser menos restrictivas que las que exigen la anulación del tensor tantas veces nombrado.

Guiado, pues, por estas consideraciones y auxiliándose con algunas hipótesis lógicamente introducidas, Einstein descubre un tensor que igualado a cero proporciona las ecuaciones diferenciales que ligan los parámetros g en un campo gravitacional cualquiera. La ley de la gravitación queda expresada por la anulación de ese tensor e interpretada matemáticamente, encierra las condiciones que debe llenar un continuo geométrico abstracto para que pueda llegar a identificarse con un espacio físico realizable en el mundo externo.

La ley de Einstein es una generalización de la ley de Newton: a la anulación del escalar ($grad^2$) o laplaciano en el espacio euclídeo, libre de materia ponderable, corresponde la anulación del tensor de Einstein en un espacio atravesado por un campo gravitacional permanente pero libre también de materia ponderable, y, así como el valor que toma el laplaciano en un punto expresa la densidad de materia alrededor de él, así también el valor que toma el tensor de Einstein en una región

del espacio se considera como la expresión de las características de la materia existente en ese lugar.

La vasta trascendencia de este descubrimiento solo aparece cuando se observa que las radiaciones, es decir, la energía libre, por el hecho de estar dotada de inercia y de peso, enjendra, lo mismo que la materia, un campo de gravitación y todos los procesos físicos, por el hecho de que no son sino fenómenos de transformación de energía, también son causa de generación de campos gravitantes. Por consiguiente las magnitudes físicas de cualquier especie se encuentran íntimamente ligadas a los parámetros g que determinan la estructura del campo de gravitación, y las relaciones que las ligan constituyen las nuevas ecuaciones diferenciales que deben sustituirse a las ecuaciones de la Física clásica. Estas relaciones, siendo invariantes para toda transformación del sistema de referencia, son ecuaciones intrínsicas expresadas por medio de igualdades tensoriales, de donde todo sistema de coordenadas ha desaparecido.

Si los fenómenos físicos encorvan el espacio en que se desarrollan, éste, a su vez, reacciona provocando una alteración en la marcha de los fenómenos, hasta que el equilibrio completo sea alcanzado.

Ampliando esta concepción al Universo entero, se ve que la marcha de todos los procesos físicos es regida por las magnitudes g, las que, por su parte, son determinadas por los procesos que se realizan en todo el resto del Universo.

"Considerada en esta forma, la teoría de Einstein se presenta como un relativismo universal expresado con la ayuda de un cálculo absoluto. Las propiedades métricas del espacio, los propiedades cinemáticas y dinámicas de los sistemas mecánicos, las propiedades físicas de una región cualquiera del espacio varían según el punto de vista donde uno se sitúe. Esas propiedades dependen, en efecto, del campo de gravitación y del estado de movimiento del sistema de donde se le considere".

"La influencia de la gravitación se ejerce sobre todo proceso físico, sobre toda materia, comprendiendo en ella el campo electromagnético y luminoso. Recíprocamente, la gravitación se origina en toda región del universo en que el tensor de Einstein es diferente de cero".

"Como este tensor corresponde a una realidad, la nueva teoría introduce también un elemento real, al cual se puede siempre combinar un campo de gravitación ficticio, equivalente a un movimiento arbitrario en el espacio vacío".

"El espacio vacío no es el vacío absoluto e infinito de los newtonianos: es el campo de gravitación puro al cual no viene a superponerse ninguna materia. No hay, bajo el punto de vista físico, vacío amorfo, dotado de una pura receptividad, en el cual se podrían imaginar puntos materiales atrayéndose o rechazándose según

ciertas leyes, como la ley de Newton, y comunicándose así aceleraciones absolutas. No se puede hablar de espacio vacío sino ahí donde hay campo de gravitación, no solamente coexistente con ese espacio, sino *verdaderamente creador del espacio, de sus propiedades métricas y, puede aún decirse, de su extensión.* Ya no hay que figurarse el mundo como una reunión de cuerpos perdidos en el vacío infinito, sino como sistemas de cuerpos y campos electromagnéticos superpuestos a campos gravitantes de dimensiones finitas" (1).

Con esto creo haberos presentado ya una idea global y en lo posible justa de los fundamentos de la teoría de Einstein. Debo todavía exponer rápidamente las conclusiones capaces de verificación esperimental que de ella se han deducido y que le han proporcionado los ruidosos triunfos de que se ocupan actualmente casi todos los centros científicos de verdadera importancia. Al mismo tiempo haré ver las críticas más fundadas de sus adversarios.

Desde luego, la mecánica einsteiniana debe incluir como caso límite la mecánica de Newton, pues esta se ha comprobado que satisface en el estudio de muchos fenómenos físicos, es decir, "las ecuaciones que regulan el movimiento de un punto material libre en un campo gravitacional según la teoría de Einstein, deben diferir mui poco de las ecuaciones correspondientes de la dinámica ordinaria de un punto móvil en el espacio euclídeo, bajo la acción del potencial newtoniano. La teoría de Einstein satisface a esta condición" (2).

Pero el primer triunfo de universal resonancia fué la explicación del movimiento del perihelio del planeta Mercurio que Einstein dedujo de su teoría en 1915, poco tiempo después de haber dado a conocer la formulación definitiva de la misma.

Es un hecho conocido desde el siglo XVIII que los movimientos de las masas planetarias presentan anomalías que no pueden ser explicadas por la ley newtoniana de la gravitación universal, lo que ha inducido a muchos a intentar una modificación de esta ley y a adoptar una relación más complicada. Con mucho, la más importante de esas anomalías es el movimiento del perihelio de Mercurio, que alcanza a un desplazamiento angular de 42" por siglo. Se han hecho distintas hipótesis para explicar la discrepancia entre el resultado de las observaciones astronómicas y la teoría de Newton: Leverrier supuso la existencia de un planeta intramercurial, pero este planeta resulta de una masa tan considerable que, con toda seguridad, si realmente existiera, ya se habría notado su presencia en muchas ob-

---

(1) Rougier: loc. cit. pág. 95.

(2) Palatino; "Scientia" I—X—1919.

servaciones celestes. Por la misma razón también se ha rechazado la hipótesis de la existencia de un satélite de Mercurio.

Habiéndose demostrado insuficientes otras tentativas de explicación, se ha tratado de modificar la ley de Newton. Se ha supuesto, por ejemplo, que la fuerza atractiva es absorbida por el espacio, que la gravitación se propaga con velocidad finita y finalmente que, como en las teorías eléctricas de Weber y Neumann, la fuerza depende de las velocidades relativas de los cuerpos en acción, pero todas estas modificaciones, si bien consiguen a veces mejorar las discrepancias, no conducen a una solución ampliamente satisfactoria.

En la teoría de Einstein, el movimiento de un planeta alrededor del Sol se debe considerar como el movimiento de una partícula material libre en el campo de gravitación de una gran masa ponderable central. El efecto de la masa a su alrededor es provocar una curvatura intrínsica del continuo espacio-tiempo, definido en cada punto por la expresión que toma el intervalo ds entre dos sucesos infinitamente próximos, expresión que se deduce de la ley de gravitación aplicada al caso de una masa única puntiforme. La trayectoria de la partícula queda determinada introduciendo dicho resultado en la ecuación diferencial del movimiento que, como hemos visto, no es sino la expresión de la condición de que la trayectoria es el camino más corto, o sea la línea jeodésica que une dos puntos cualesquiera del campo.

El resultado a que se llega de esta manera indica que el movimiento de la partícula difiere sólo del que se obtiene aplicando la teoría de Newton, por la presencia de una aceleración adicional hacia el Sol igual a tres veces la masa de este astro expresada en unidades gravitacionales, multiplicada por el cuadrado de la velocidad angular del planeta alrededor del Sol. En el caso de Mercurio, esta nueva aceleración es del orden de la cien millonésima parte de la aceleración newtoniana y la pequeñez de esta diferencia explica que no se manifieste sino en fenómenos celestes que permiten observaciones de extraordinaria precisión. El efecto de la aceleración adicional puede considerarse fácilmente como perturbación de la órbita elíptica del planeta y conduce al resultado que el eje mayor de la órbita debe rotar a razón de 43'' por siglo. La concordancia con el valor efectivo del desplazamiento del perihelio no puede ser más satisfactoria y este resultado constituye un argumento poderoso en favor de la teoría de Einstein.

Así debieron de comprenderlo los grandes institutos científicos ingleses que acordaron enviar las dos comisiones de astrónomos a observar el eclipse de sol de Mayo pasado a la zona ecuatorial y se comprende ahora la expectación de los hombres de ciencia por conocer los resultados de esta doble expedición.

Estas fueron dadas a conocer por primera vez en la sesión especial celebrada el 6 de Noviembre último por la Sociedad Real de Londres y la Real Sociedad As-

tronómica de Inglaterra, ante un público numeroso de sabios y físicos, algunos especialmente invitados en esta ocasión.

Se deduce de la teoría de Einstein, combinada con la teoría de los Quantuns de Planck, que las radiaciones electromagnéticas, es decir, la energía libre, está constituída por elementos más o menos discretos dotados de inercia y de peso, los que, en presencia de un campo de gravitación, deberán comportarse como partículas materiales lanzadas de un foco luminoso con la velocidad de la luz.

En la teoría corriente de la gravitación combinada con la teoría restringida de la relatividad, la partícula sometida a la atracción del Sol describirá una órbita hiperbólica, uno de cuyos focos sería el astro y el cálculo indica que el ángulo formado por las asíntotas, o sea el desplazamiento angular de la estrella que emite la luz, alcanza a 0.87".

En la teoría de Einstein el quantum de energía electromagnética, o sea el rayo de luz, se mueve en un campo gravitacional de estructura no-euclídea y la curvatura de este campo actúa sobre la marcha del rayo modificando la curvatura de la trayectoria en una cantidad tal que el ángulo de las asíntotas se duplica y, por consiguiente, si se observa una estrella cuyos rayos pasan rozando el disco solar, se verá desplazada radialmente en un ángulo de 1".74.

Las placas astrofotográficas obtenidas por las comisiones que fueron a observar el eclipse confirman, sin dejar la menor duda, la predicción de Einstein, según lo manifestaron los jefes de dichas comisiones en la sesión recordada. "Esta, dice uno de ellos, es una de las más notables pruebas cruciales entre la ley de Newton y la nueva ley de Einstein. Ella ha indicado ya una perturbación que tiende a hacer rotar la órbita de Mercurio: esto la confirma para las pequeñas velocidades. Yendo al límite, en que la velocidad es la de la luz, la perturbación es aumentada en tal medida que duplica la curvatura de la trayectoria, y esto es lo que ahora se ha confirmado (1)".

Finalmente, se deduce de la teoría de Einstein que el período de vibración de los electrones en los átomos debe ser influenciado por la presencia de un campo gravitacional. En efecto, según esta teoría, la acción de un campo gravitante sobre un sistema material, en una extensión reducida de espacio para que el campo pueda ser considerado como uniforme, puede ser siempre reemplazada por el movimiento acelerado de los ejes de referencia en un campo libre de gravitación. Ahora bien, hemos visto que si se observa este sistema desde otro sistema que no comparta su movimiento acelerado, los fenómenos que se verifican en aquel parecerán

(1) Report of the Joint Eclipse Meeting. «The Observatory» Novbre. 1919.

marchar más lentamente que los fenómenos que se suceden alrededor del observador. Esto conduce inmediatamente a afirmar que los electrones en el Sol vibran aparentemente, para un observador de la Tierra, con mayor lentitud que los electrones de una luz terrestre y esto trae por consecuencia que los rayos expectrales de la luz solar o de alguna estrella deberían encontrarse desplazados hacia el rojo con respecto a las rayas correspondientes del espectro de una luz terrestre.

Mucho se ha discutido en los últimos tiempos si las observaciones espectrales indican o nó la existencia de este fenómeno. En 1914 se creyó, en vista de las experiencias de Freundlich, que el desplazamiento de los rayos existía, pero posteriormente ha sido insistentemente negado este resultado y, sólo a principios de este año, dos jóvenes físicos de la Universidad de Bonn han demostrado que el desplazamiento realmente se observa, pero no es exactamente el que Einstein calcula. Varía entre ¼ y ½ del predicho. Empero, de la copiosa discusión que se ha entablado alrededor de este punto, se desprende que el fenómeno buscado es de una extrema complicación y se halla entremezclado con otros procesos físicos que se verifican en las atmósferas radiantes del sol o de las estrellas, en forma tal, que harán por largo tiempo indescifrable el problema de comprobar, con rigurosidad científica, la teoría de Einstein por este camino.

La más importante de las objeciones que se han hecho a la teoría de Einstein pretende ir al fondo mismo de la doctrina e invalidar los propios fundamentos filosóficos de las ideas relativistas. Uno de los más sagaces y obstinados impugnadores de Einstein ha dicho que éste sabio "debería probar que en su teoría las estrellas fijas ejercen realmente, apesar de su alejamiento, una influencia perceptible, y que las fuerzas centrífugas son provocadas por una rotación relativa a ellas y no por una rotación absoluta" (1).

Esta observación, no se puede negar, tiene su razón de ser justificada. Si bien es cierto que las leyes que rigen los fenómenos físicos resultan en la teoría de Einstein invariantes con respecto a un cambio cualquiera del sistema de referencia, la circunstancia de que estas leyes se presenten, en general, como ecuaciones diferenciales con derivadas parciales entre las magnitudes características de la materia y las propiedades intrínsicas del campo de gravitación, hace que la introducción de condiciones al límite diversas, según los problemas que se consideren, conduzca a funciones integrales, en términos fínitos, diferentes de un caso a otro. Es por esto

---

(1) Max Abraham: «Scientia»I—VII—1914.

que los fenómenos que se observan en el movimiento de rotación de los cuerpos no pueden deducirse del estudio de ese mismo cuerpo en reposo, referido a un sistema de ejes en rotación.

Para escapar a esta grave objeción y mantener la completa relatividad de los movimientos, de acuerdo con las ideas sustentadas por Mach, Einstein admite que el Universo es finito, pero ilimitado, como los espacios de curvatura positiva descubiertos por Riemann. En lo anterior hemos visto que el espacio adquiere el carácter no-euclídeo a inmediaciones de la materia, donde actúa un campo de gravitación, pero a grandes distancias el espacio puede considerarse como simplemente euclídeo. Según la nueva hipótesis el espacio en su conjunto debe poseer una curvatura apreciable y esto conduce a admitir que existen, fuera de las masas celestes observables directamente, una cantidad enorme de materia cósmica diseminada entre las agrupaciones estelares. Si esto fuera efectivo, los rayos luminosos se propagarían según las líneas jeodésicas de un espacio de Riemann y después de vagar millones de años por el espacio volverían a ingresar al lugar de donde habían partido. Una misma estrella podría verse desde las dos antípodas de la Tierra y habría la esperanza de llegar a medir una paralaje negativa de una estrella. Si uno cualquiera de estos dos fenómenos se llegara a observar se tendría la comprobación experimental de la finitud del Universo y de su estructura riemanniana.

Se ha impugnado la hipótesis de la curvatura integral del espacio físico por que exige la existencia de cantidades enormes de materia que no están en relación con el número de sistemas estelares observados por los astrónomos. Talvez esta objeción pueda perder su valor haciendo notar que ya sus estudios de física cósmica han conducido a Svante Arrhenius a suponer la existencia de soles apagados en mucho mayor número que los soles luminosos y la existencia de materia cósmica disgregada en meteoritos o polvo meteórico, en considerable cantidad.

Sea o nó favorable a la hipótesis de Einstein la solución definitiva de este problema, él nos revela que cuestiones de gran trascendencia para la concepción del Universo, esperan aún su solución.

Sería pueril, por lo demás, alentar la ilusión de que la teoría de Einstein constituye la solución definitiva de la interpretación racional de la naturaleza inanimada; ella es sólo una conquista, pero una de extraordinaria importancia, que abarca todo un continente de nuevas ideas científicas relacionadas con las cuestiones más fundamentales de la Filosofía Natural.

Si ella vale por los éxitos del presente, vale aún más por las esperanzas que hace abrigar en el futuro. Para el hombre de ciencias que recorre el camino del pensamiento humano es como la cumbre a que ansía llegar pronto el viajero para recrearse con la contemplación del panorama: si mirando hacia atrás, el trayecto recorrido

le produce la satisfacción del esfuerzo provechosamente realizado, la perspectiva de los horizontes que acaban de aparecer a su vista exaltan su espíritu y fortifican su ánimo para proseguir su marcha hacia las atrayentes y misteriosas lejanías de una región desconocida.

Santiago, 25 de Mayo de 1920.

